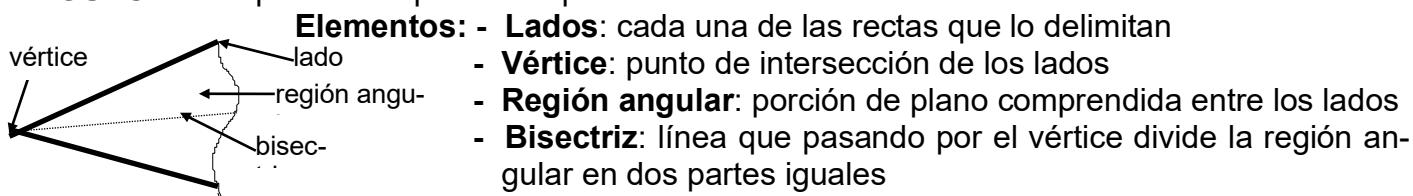


ÁNGULOS

ÁNGULO: Es la porción de plano comprendida entre dos rectas oblicuas



- Clases:**
- **Recto:** formado por dos lados perpendiculares (vale 90°)
 - **Agudo:** formado por dos lados oblicuos, con menos abertura que el recto (vale menos de 90°)
 - **Obtuso:** formado por dos lados oblicuos, con mayor abertura que el recto (vale más de 90°)
 - **Llano:** formado por dos lados en prolongación (vale 180°)
 - **Completo:** formado por dos lados superpuestos (vale 360°)
 - **Nulo:** formado por dos lados superpuestos (vale 0°)
 - **Cóncavo:** ocupa tres regiones angulares (vale más de 180°)
 - **Convexo:** ocupa una región angular (vale menos de 180°)

El valor

agudo $< 90^\circ$	recto $= 90^\circ$	obtuso $> 90^\circ$	convexo $< 180^\circ$	llano $= 180^\circ$	cóncavo $> 180^\circ$	completo 360°	nulo 0°

de un ángulo no depende de la longitud de sus lados sino de la **amplitud** (abertura o separación (amplitud) de los mismos.

- Otras clases de ángulos

- **Consecutivos:** tienen el mismo vértice y un lado en común
- **Adyacentes:** tienen un lado en común y los otros están en línea recta
- **Opuestos por el vértice:** los lados de uno son prolongación de los lados del otro

Los ángulos opuestos por el vértice son iguales

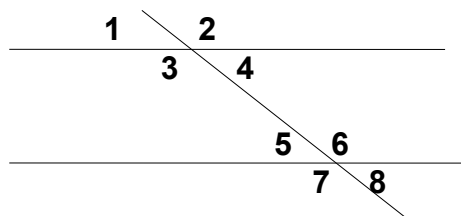
- **Complementarios:** Son los que sumados valen un recto (90°)
- **Suplementarios:** Son los que sumados valen un llano (180°)

Complemento de un ángulo es lo que le falta para valer un recto

Suplemento de un ángulo es lo que le falta para valer un ángulo llano

consecutivos	adyacentes	Op. por el vértice	complementarios	suplementarios

Ángulos determinados por dos paralelas cortadas por una secante



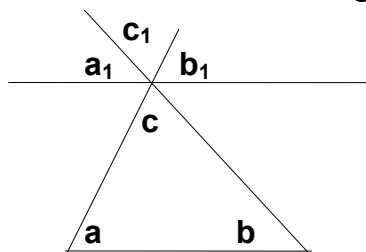
- * **ángulos externos:** 1 - 2 - 7 - 8
 - * **ángulos internos:** 3 - 4 - 5 - 6
 - * **ángulos alternos externos:** 1 - 8 y 2 - 7
 - * **ángulos alternos internos:** 3 - 6 y 4 - 5
 - * **ángulos correspondientes:** 1 y 5 ; 2 y 6 ; 3 y 7 ; 4 y 8
- Los ángulos correspondientes son iguales
- * **ángulos conjugados internos:** 3 - 5 y 4 - 6
 - * **ángulos conjugados externos:** 1 - 7 y 2 - 8

ÁNGULOS Y POLÍGONOS

ÁNGULOS DE UN TRIÁNGULO

Valor de los ángulos de un triángulo:

* La suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180°



$$a_1 + b_1 + c_1 = 180^\circ$$

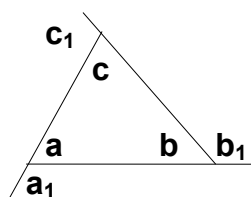
$$a = a_1 \text{ por correspondientes}$$

$$b = b_1 \text{ por correspondientes}$$

$$c = c_1 \text{ por opuestos por el vértice}$$

$$\Rightarrow a + b + c = 180^\circ$$

* Un ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de los dos interiores no adyacentes



$$a + b + c = 180^\circ \text{ (la suma de los ángulos interiores vale } 180^\circ)$$

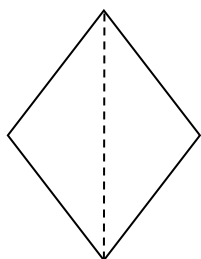
$$c_1 = 180^\circ - c$$

$$c_1 = (a + b + c) - c$$

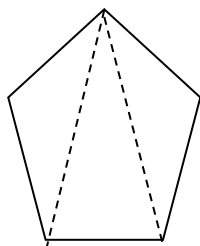
$$c_1 = a + b$$

SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERIORES DE UN POLÍGONO CONVEXO

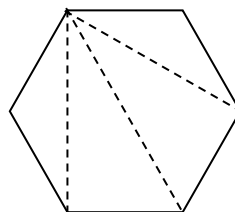
Si trazamos las diagonales que parten de un mismo vértice obtenemos una serie de triángulos



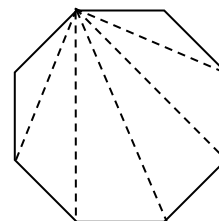
CUADRILÁTERO



PENTÁGONO



HEXÁGONO



OCTÁGONO

El número de diagonales obtenidas es igual al número de lados menos 2

$$\text{Número de diagonales} = \text{Número de lados} - 3$$

El número de triángulos obtenidos al trazar las diagonales desde un vértice es igual al número de lados menos 2

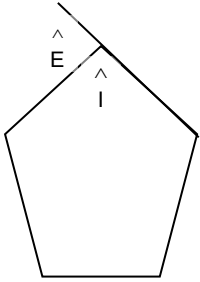
$$\text{Número de triángulos} = \text{Número de lados} - 2$$

Como la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180° la suma de los ángulos interiores de un polígono convexo será igual a:

$$\text{Suma de los ángulos interiores de un polígono} = 180^\circ \times (\text{número de lados} - 2)$$

POLIGONO	DIAGONALES	TRIÁNGULOS	SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERIORES	VALOR DE CADA ÁNGULO (SI EL POLÍGONO ES REGULAR)
CUADRILÁTERO	$4 - 3 = 1$	$4 - 2 = 2$	$180 \cdot 2 = 360^\circ$	$360 : 4 = 90^\circ$
PENTÁGONO	$5 - 3 = 2$	$5 - 2 = 3$	$180 \cdot 3 = 540^\circ$	$540 : 5 = 108^\circ$
HEXÁGONO	$6 - 3 = 3$	$6 - 2 = 4$	$180 \cdot 4 = 720$	$720 : 6 = 120^\circ$
OCTÁGONO	$8 - 3 = 5$	$8 - 2 = 6$	$180 \cdot 6 = 1080$	$1080 : 8 = 135^\circ$
DECÁGONO	$10 - 3 = 7$	$10 - 2 = 8$	$180 \cdot 8 = 1440$	$1440 : 10 = 144^\circ$

SUMA DE LOS ÁNGULOS EXTERIORES DE UN POLÍGONO CONVEXO



La suma de un ángulo interior y su exterior adyacente es de 180° .

Por tanto la suma de los ángulos interiores y exteriores de un polígono es igual a 180 por el número de lados

$$\hat{I} + \hat{E} = 180 \cdot n^\circ \text{ de lados}$$

Hallamos el valor de la suma de los ángulos exteriores:

$$\hat{E} = 180 \cdot n^\circ \text{ de lados} - \hat{I}$$

Como hemos visto la suma de los ángulos interiores ($\hat{I}$) es igual a $180 \cdot (n^\circ \text{ de lados} - 2)$
De donde resulta:

$$\hat{E} = (180 \cdot n^\circ \text{ de lados}) - 180 (n^\circ \text{ de lados} - 2)$$

$$\hat{E} = 180 \cdot n^\circ \text{ de lados} - 180^\circ \cdot n^\circ \text{ de lados} + 360^\circ$$

$$\hat{E} = 360^\circ$$

La suma de los ángulos exteriores de un polígono es igual a 360°

ACTIVIDADES TEMA: ÁNGULOS

1.- Dibuja:

- un ángulo convexo que no sea obtuso
- el mayor de los ángulos convexos posibles
- un ángulo convexo que no sea agudo
- un ángulo cóncavo que mida más de 270°
- dos ángulos complementarios que no sean consecutivos

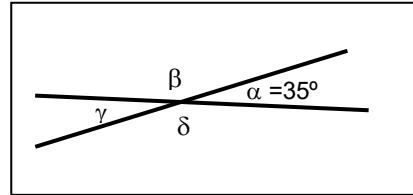
2.- El suplementario de un ángulo mide 154° Halla la medida del complementario del mismo ángulo

3.- Construye con el semicírculo graduado un ángulo llano y descomponlo en un ángulo agudo y otro obtuso. ¿Qué tienen en común estos dos ángulos? ¿Son consecutivos? ¿Son adyacentes? ¿Son complementarios? ¿Son suplementarios?

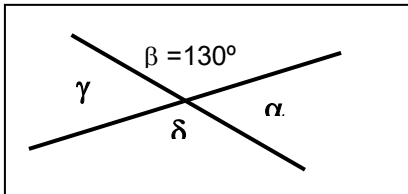
4.- Un ángulo mide 27° ¿Cuánto mide su ángulo complementario? ¿Y su suplementario?

5.- Calcula el valor de los restantes ángulos si el ángulo α mide 35°

6.- Dos ángulos, uno agudo y otro obtuso, tienen los lados paralelos Si uno de ellos mide 112° ¿Cuánto mide el otro?



7.- Clasifica los ocho ángulos de la figura y si el ángulo β mide 130° ¿cuánto mide cada uno de los otros siete ángulos?



8.- Expresa en forma compleja: a) $124.739''$ b) $7.648'$

9.- Ordena de mayor a menor los siguientes ángulos: a) $10.824''$ b) $3^\circ 12''$ c) $181'$

10.- Un ángulo mide $15^\circ 12' 10''$ y otro mide $53.980''$ ¿Cuál de los dos es mayor?

11.- Calcula:

- | | | |
|--|--|---|
| a) $5^\circ 42' 15'' + 7^\circ 57' 47'' =$ | b) $12^\circ 24' 32'' + 56^\circ 46' 20''$ | c) $4^\circ 24' 5'' - 2^\circ 42' 12''$ |
| d) $52^\circ 12' - 42^\circ 12' 24''$ | e) $(2^\circ 40' 12'') \cdot 7$ | f) $(23^\circ 42' 35'') \cdot 8$ |
| g) $(15^\circ 32' 36'') : 6$ | h) $(12^\circ 21' 45'') : 5$ | |

12.- Un reloj digital marca las 19h 24 min 12 sg ¿cuánto falta para llegar a la medianoche?

13.- Juan tardó 12 min 45 sg en resolver un problema y María, la quinta parte de ese tiempo ¿Cuánto tardó María? ¿Y entre los dos?

14.- Expresa en forma compleja la medida de la cuarta parte de la mitad de un ángulo recto

15.- Un grifo llena un depósito en 5 horas 24 min y 36 sg. ¿Cuánto tardará en llenar el mismo depósito tres grifos iguales al primero?

16.- ¿Cuál es el ángulo que sumado a $25^\circ 12' 45''$ da como resultado 60° ?

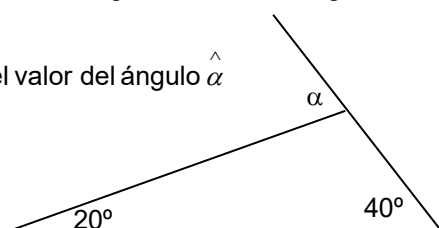
17.- Indica si son ciertas o falsas las afirmaciones siguientes

a) un ángulo llano mide dos ángulos rectos, es decir 180°	g) $2^\circ 36'$ equivalen a $2,36^\circ$
b) si un ángulo mide 92° es agudo y también convexo	h) Un ángulo que mide $12^\circ 24'$ es mayor que otro que mide $740'$
c) dos ángulos consecutivos tienen en común el vértice y uno de sus lados	i) Las unidades usadas para medir el tiempo y los ángulos siguen el Sistema Métrico Decimal
d) Si un ángulo mide 57° su complementario mide 23° y su suplementario 133°	j) Si un ángulo mide $23^\circ 12'$ su bisectriz lo divide en dos ángulos que miden $696'$ cada uno
e) Para dividir un ángulo en dos partes iguales debemos trazar la bisectriz	f) Dos ángulos de lados paralelos siempre son iguales

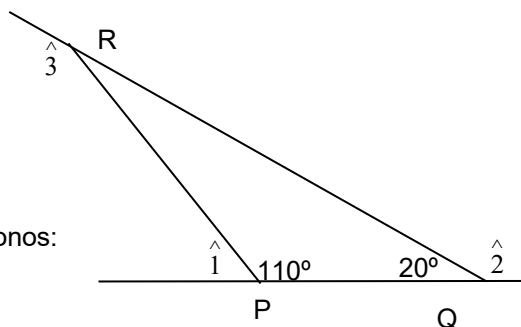
- 18.- Dos ángulos tienen los lados paralelos. Si uno de ellos mide 110° ¿qué dos medidas puede tener el otro? ¿Por qué?
- 19.- De los tres ángulos interiores de un triángulo, el menor mide $15^\circ 22' 43''$ y el mayor es 6 veces el menor. Halla la medida del otro ángulo (mediano)
- 20.- El suplementario de un ángulo mide $137^\circ 48'$. Determina la medida del complementario
- 21.- Si $\hat{\alpha} = 12^\circ 27'$ y $\hat{\beta} = 27^\circ 54'$ Calcula: a) el complementario de $\hat{\beta} - \hat{\alpha}$
 b) el suplementario de $\hat{\alpha} + \hat{\beta}$
 c) $3 \cdot \hat{\alpha} + 2 \cdot \hat{\beta}$
 d) $\frac{2}{3} \cdot \hat{\alpha}$

22.- En el triángulo $\triangle ABC$ $\hat{A} = 35^\circ$ y $\hat{B} = 65^\circ$ ¿Cuánto vale el ángulo $\hat{C}$

23.- En el triángulo $\triangle ABC$, calcula el valor del ángulo $\hat{\alpha}$



24.- En el triángulo $\triangle PQR$, calcula el valor de los ángulos $\hat{R}$, $\hat{1}$, $\hat{2}$ y $\hat{3}$



25.- Calcula el valor del ángulo interior de un hexágono regular

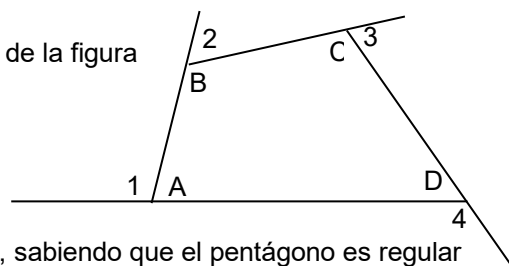
26.- Calcula la medida de un ángulo interior en los siguientes polígonos:

- a) pentágono regular
- b) heptágono regular
- c) decágono regular

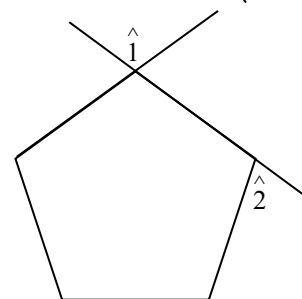
27.- A).- Calcula la suma de todos los ángulos del cuadrilátero de la figura

B).- Calcula la suma de los ángulos $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ y $\hat{D}$

C).- Calcula la suma de los ángulos $\hat{1}$, $\hat{2}$, $\hat{3}$ y $\hat{4}$



28.- Calcula el valor de los ángulos $\hat{1}$ y $\hat{2}$ indicados en la figura, sabiendo que el pentágono es regular



29.- El triángulo $\triangle DEF$ de la figura es rectángulo. Calcula el valor del ángulo $\hat{A}$

