

1

Operaciones combinadas con números naturales

OPERACIONES COMBINADAS SIN PARÉNTESIS

SUMAS Y RESTAS SIN PARÉNTESIS

En una expresión numérica formada por sumas y restas sin paréntesis, se realizan las operaciones de izquierda a derecha en el orden en que aparecen.

Ejemplo: $320 + 460 - 235 - 418 + 526$

$$\begin{array}{r} \downarrow \\ 780 - 235 - 418 + 526 \\ \downarrow \\ 545 - 418 + 526 \\ \downarrow \\ 127 + 526 = 653 \end{array}$$

1

Calcula.

- $425 + 256 - 315 - 242 + 643 - 148$

- $2.158 - 456 - 328 + 1.560 - 576 - 218$

- $4.128 + 576 - 1.280 + 2.100 - 3.150 + 4.185$

SUMAS, RESTAS, MULTIPLICACIONES Y DIVISIONES SIN PARÉNTESIS

En una expresión numérica formada por sumas, restas, multiplicaciones y divisiones sin paréntesis, primero se realizan las multiplicaciones y divisiones; después se realizan las sumas y las restas.

Ejemplo 1:

$$\begin{array}{r} 125 + 12 \times 4 - 98 \\ \quad \downarrow \\ 125 + 48 - 98 \\ \quad \downarrow \\ 173 - 98 = 75 \end{array}$$

Ejemplo 2:

$$\begin{array}{r} 215 + \frac{24}{3} - 96 + 13 \times 4 \\ \quad \downarrow \quad \quad \quad \swarrow \\ 215 + 8 - 96 + 52 \\ \quad \downarrow \\ 223 - 96 + 52 \\ \quad \downarrow \\ 127 + 52 = 179 \end{array}$$

2

Calcula.

$$420 \times 2 + 526 + 120 \times 3$$

$$315 - \frac{42}{3} + 14 - \frac{36}{12}$$

$$\frac{125}{5} - 17 + 12 + 13 \times 6$$

$$256 - 14 \times 7 + 318 - \frac{130}{5}$$

OPERACIONES COMBINADAS CON PARÉNTESIS

En las expresiones con paréntesis, primero se realizan las operaciones que hay dentro del paréntesis.

Ejemplo: $(370 + 253 - 436) - (25 + 146) + 100$

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \quad \quad \swarrow \\ 187 - 171 + 100 \\ \downarrow \\ 16 + 100 = 116 \end{array}$$

1

Calcula.

- $(425 + 726 - 215) - (125 + 16 - 31) + 412$

- $(1.282 - 144) - (41 + 12 \times 3) - (52 + 14 \times 2)$

- $(2.584 - 216 + 114) - \left(125 - 18 + \frac{45}{3}\right) + 16$

OPERACIONES COMBINADAS CON CORCHETES

En las expresiones con corchetes $[\]$, primero se realizan las operaciones que hay dentro del paréntesis; después se realizan las operaciones que hay dentro del corchete.

Ejemplo: $[(370 + 253 - 436) \times 45] : 45$

$$\downarrow$$
$$[187 \times 45] : 45$$

$$\downarrow$$
$$8.415 : 45 = 187$$

1

Calcula.

- $[(425 + 680 - 142) \times 12] : 107$

- $[(286 + 729 - 215) \times 45] : 120$

- $[(549 + 286) \times 15] - [(925 + 275) : 150]$

2

Potencias. Operaciones

POTENCIAS

- Todo producto de factores iguales se puede escribir en forma de potencia. El factor que se repite se llama base y el número de veces que se repite se llama exponente.

Ejemplo: $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^4$ ← Exponente
 ↗ Base

- Casos particulares de potencias:

Un número elevado al exponente 1 es igual al mismo número. $2^1 = 2$; $3^1 = 3$.

Un número elevado al exponente 0 es igual a uno. $4^0 = 1$; $5^0 = 1$.

1

Completa el cuadro.

Potencia	3^2	4^3	5^4	6^5	8^7	9^{10}	10^{11}	15^{20}
Base								
Exponente								

2

Escribe en forma de potencia los siguientes productos.

$$8 \times 8 \times 8 =$$

$$7 \times 7 \times 7 \times 7 =$$

$$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 =$$

$$15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 =$$

$$8 \times 8 \times 7 \times 7 \times 7 =$$

$$5 \times 5 \times 5 \times 6 \times 6 =$$

$$7 \times 7 \times 9 \times 9 \times 9 =$$

$$10 \times 10 \times 10 \times 8 \times 8 \times 8 =$$

3

Halla el valor de las siguientes potencias.

$$7^1 =$$

$$8^0 =$$

$$9^2 =$$

$$8^3 =$$

$$11^0 =$$

$$25^1 =$$

$$2^2 \times 3^3 =$$

$$2^3 \times 3^2 =$$

$$4^2 \times 5^2 =$$

$$4^2 \times 5^2 \times 3^0 =$$

$$5^3 \times 2^2 \times 3^3 =$$

$$6^2 \times 3^3 \times 7^0 =$$

POTENCIAS DE BASE 10

- Toda potencia de base 10 es igual a la unidad seguida de tantos ceros como unidades indica el exponente.

Ejemplos: $10^2 = 10 \times 10 = 100$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1.000$$

$$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100.000$$

- Los números de muchas cifras que acaban en ceros tienen una escritura más cómoda utilizando potencias de base 10.

Ejemplos: $120.000.000 = 12 \times 10.000.000 = 12 \times 10^7$

$$200.000.000 = 2 \times 100.000.000 = 2 \times 10^8$$

1

Calcula.

$$10^4 = 10.000$$

$$10^6 =$$

$$10^7 =$$

$$10^8 =$$

$$10^9 =$$

$$10^{10} =$$

$$10^{11} =$$

$$10^{12} =$$

2

Escribe, utilizando potencias de base 10, los siguientes números.

$$3.000 =$$

$$40.000 =$$

$$600.000 =$$

$$7.000.000 =$$

$$80.000.000 =$$

$$130.000.000 =$$

$$200.000.000 =$$

$$320.000.000 =$$

$$1.000.000.000 =$$

$$2.000.000.000 =$$

3

En la siguiente tabla aparece la distancia media en kilómetros de algunos planetas al Sol. Escribe esas distancias utilizando potencias de base 10.

	Tierra	Urano	Neptuno	Plutón
Distancia media al Sol (km)	149.500.000	2.873.000.000	4.498.000.000	5.910.000.000
Potencias de base 10				

PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

El producto de dos o más potencias de igual base es otra potencia de la misma base y cuyo exponente es la suma de los exponentes.

Ejemplos: $2^3 \times 2^2 \times 2^4 = 2^{3+2+4} = 2^9$

$$4^3 \times 4^2 \times 4^6 = 4^{3+2+6} = 4^{11}$$

1

Escribe en forma de una sola potencia los siguientes productos. Después, calcula su valor.

$$2^2 \times 2^2 = 2^4 = 16$$

$$2^2 \times 2^3 =$$

$$2^3 \times 2 =$$

$$2^4 \times 2 =$$

$$3^2 \times 3^2 =$$

$$3^3 \times 3 =$$

$$3^2 \times 3^3 =$$

$$3^3 \times 3^3 =$$

$$3^4 \times 3 =$$

$$4^3 \times 4^0 =$$

$$2^2 \times 2 \times 2^3 =$$

$$3 \times 3^2 \times 3 =$$

$$4^2 \times 4^2 \times 4 =$$

$$5 \times 5 \times 5^2 =$$

$$6^2 \times 6^2 \times 6 =$$

$$7^2 \times 7 \times 7 =$$

$$8^2 \times 8 \times 8^3 =$$

$$9^2 \times 9^2 \times 9 =$$

$$9 \times 9^2 \times 9^0 =$$

$$10 \times 10^0 \times 10^2 =$$

2

Calcula y completa los exponentes que faltan.

$$2^6 \times 2^{\square} = 2^8$$

$$2^3 \times 2^{\square} = 2^7$$

$$6^4 \times 6^{\square} = 6^{10}$$

$$7^3 \times 7^{\square} = 7^{11}$$

$$8^4 \times 8^{\square} = 8^{12}$$

$$9^5 \times 9^{\square} = 9^{13}$$

$$10^8 \times 10^{\square} = 10^{14}$$

$$11^9 \times 11^{\square} = 11^{15}$$

$$12^3 \times 12^4 \times 12^{\square} = 12^{10}$$

$$14^5 \times 14^6 \times 14^{\square} = 14^{18}$$

$$15^7 \times 15^2 \times 15^{\square} = 15^{13}$$

$$23^8 \times 23^9 \times 23^{\square} = 23^{20}$$

$$35^7 \times 35^6 \times 35^{\square} = 35^{24}$$

$$42^9 \times 42^5 \times 42^{\square} = 42^{19}$$

$$53^7 \times 53^4 \times 53^{\square} = 53^{22}$$

$$61^5 \times 61^2 \times 61^{\square} = 61^{19}$$

$$75^6 \times 75^2 \times 75^{\square} = 75^{20}$$

$$81^7 \times 81^2 \times 81^{\square} = 81^{15}$$

COCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

El cociente de dos potencias de igual base es otra potencia de la misma base y cuyo exponente es la resta de los exponentes.

Ejemplos: $2^6 : 2^3 = 2^{6-3} = 2^3$

$$4^8 : 4^2 = 4^{8-2} = 4^6$$

1

Escribe en forma de una sola potencia los siguientes cocientes. Después, calcula su valor.

$$3^8 : 3^5 = 3^3 = 27$$

$$5^4 : 5^3 =$$

$$6^9 : 6^7 =$$

$$7^{10} : 7^8 =$$

$$8^{12} : 8^{10} =$$

$$9^{13} : 9^{11} =$$

$$10^3 : 10 =$$

$$11^2 : 11^2 =$$

$$12^3 : 12 =$$

$$13^4 : 13^2 =$$

$$20^5 : 20^2 =$$

$$30^6 : 30^3 =$$

$$40^7 : 40^4 =$$

$$50^3 : 50^2 =$$

$$60^3 : 60^0 =$$

$$70^4 : 70^0 =$$

$$80^5 : 80 =$$

$$90^6 : 90^2 =$$

$$100^7 : 100 =$$

$$200^5 : 100^0 =$$

2

Calcula y completa los exponentes que faltan.

$$4^8 : 4^{\square} = 4^6$$

$$5^9 : 5^{\square} = 5^4$$

$$7^8 : 7^{\square} = 7^6$$

$$8^9 : 8^{\square} = 8^3$$

$$9^{10} : 9^{\square} = 9^7$$

$$10^{16} : 10^{\square} = 10^{10}$$

$$11^{15} : 11^{\square} = 11^4$$

$$12^{16} : 12^{\square} = 12^{12}$$

$$13^{12} : 13^{\square} = 13^9$$

$$35^{15} : 35^{\square} = 35^{12}$$

$$41^{20} : 41^{\square} = 41$$

$$50^{18} : 50^{\square} = 50^9$$

$$62^{17} : 62^{\square} = 62^4$$

$$75^{19} : 75^{\square} = 75^2$$

$$80^{21} : 80^{\square} = 80^{10}$$

$$82^{30} : 82^{\square} = 82^{21}$$

$$90^{45} : 90^{\square} = 90^{20}$$

$$95^{32} : 95^{\square} = 95^{17}$$

POTENCIA DE UNA POTENCIA

La potencia de una potencia es otra potencia de igual base y cuyo exponente es el producto de los exponentes.

Ejemplos: $(2^3)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6$
 $(4^4)^3 = 4^{4 \times 3} = 4^{12}$

1

Escribe en forma de una sola potencia.

$$(3^2)^3 =$$

$$(4^3)^2 =$$

$$(5^2)^2 =$$

$$(6^4)^3 =$$

$$(7^5)^2 =$$

$$(8^4)^5 =$$

$$(9^7)^3 =$$

$$(10^4)^2 =$$

$$(11^5)^6 =$$

$$(12^7)^9 =$$

$$(23^4)^5 =$$

$$(30^5)^6 =$$

$$(41^4)^7 =$$

$$(50^6)^4 =$$

$$(65^3)^5 =$$

$$(72^7)^3 =$$

$$(80^2)^4 =$$

$$(85^3)^2 =$$

$$(97^3)^4 =$$

$$(99^2)^6 =$$

2

Calcula y completa los exponentes que faltan.

$$(2^4)^{\square} = 2^8$$

$$(3^2)^{\square} = 3^6$$

$$(4^3)^{\square} = 4^{12}$$

$$(5^4)^{\square} = 5^{16}$$

$$(6^8)^{\square} = 6^{24}$$

$$(7^4)^{\square} = 7^{36}$$

$$(8^9)^{\square} = 8^{18}$$

$$(9^5)^{\square} = 9^{30}$$

$$(10^3)^{\square} = 10^{18}$$

$$(23^5)^{\square} = 23^{20}$$

$$(30^7)^{\square} = 30^{21}$$

$$(42^6)^{\square} = 42^{18}$$

$$(50^7)^{\square} = 50^{42}$$

$$(65^3)^{\square} = 65^{24}$$

$$(72^4)^{\square} = 72^{16}$$

$$(75^3)^{\square} = 75^{15}$$

$$(84^2)^{\square} = 84^{20}$$

$$(89^3)^{\square} = 89^{21}$$

POTENCIA DE UN PRODUCTO

La potencia de un producto es igual al producto de cada uno de los factores elevado a dicha potencia.

Ejemplos: $(5 \times 3)^2 = 5^2 \times 3^2$

$$(4 \times 2 \times 5)^3 = 4^3 \times 2^3 \times 5^3$$

1

Escribe el resultado como producto de potencias.

$$(2 \times 3)^3 =$$

$$(4 \times 2)^2 =$$

$$(3 \times 5)^4 =$$

$$(5 \times 7)^3 =$$

$$(8 \times 9)^5 =$$

$$(7 \times 10)^2 =$$

$$(2 \times 3 \times 4)^2 =$$

$$(4 \times 5 \times 6)^3 =$$

$$(6 \times 7 \times 8)^4 =$$

$$(8 \times 9 \times 10)^5 =$$

$$(10 \times 11 \times 12)^6 =$$

$$(13 \times 14 \times 15)^7 =$$

2

Escribe en forma de una sola potencia.

$$2^2 \times 3^2 \times 4^2 = (2 \times 3 \times 4)^2$$

$$3^3 \times 4^3 \times 5^3 =$$

$$5^6 \times 7^6 \times 8^6 =$$

$$4^7 \times 9^7 \times 5^7 =$$

$$9^{10} \times 8^{10} \times 7^{10} =$$

$$11^7 \times 12^7 \times 13^7 =$$

$$14^8 \times 15^8 \times 16^8 =$$

$$21^7 \times 20^7 \times 19^7 =$$

$$32^9 \times 40^9 \times 53^9 =$$

$$43^8 \times 52^8 \times 62^8 =$$

3

Completa los exponentes que faltan.

$$2^3 \times 4^3 \times 5^{\square} = (2 \times 4 \times 5)^3$$

$$3^4 \times 5^{\square} \times 6^4 = (3 \times 5 \times 6)^4$$

$$5^{\square} \times 6^6 \times 8^6 = (5 \times 6 \times 8)^6$$

$$6^4 \times 3^{\square} \times 5^4 = (6 \times 3 \times 5)^4$$

$$7^{\square} \times 8^5 \times 9^5 = (7 \times 8 \times 9)^5$$

$$5^3 \times 9^3 \times 8^{\square} = (5 \times 9 \times 8)^3$$

$$6^{\square} \times 8^{\square} \times 9^3 = (6 \times 8 \times 9)^3$$

$$9^4 \times 10^{\square} \times 11^{\square} = (9 \times 10 \times 11)^4$$

$$12^{\square} \times 13^{\square} \times 14^{\square} = (12 \times 13 \times 14)^6$$

$$15^{\square} \times 12^{\square} \times 13^{\square} = (15 \times 12 \times 13)^7$$

$$21^{\square} \times 16^{\square} \times 30^{\square} = (21 \times 16 \times 30)^8$$

$$35^{\square} \times 26^{\square} \times 41^{\square} = (35 \times 26 \times 41)^9$$

RAÍZ CUADRADA

La raíz cuadrada de un número **a** es el número cuyo cuadrado es el número **a**.

Ejemplos: $\sqrt{4} = 2$ porque $2^2 = 4$

$\sqrt{9} = 3$ porque $3^2 = 9$

1

Halla las siguientes raíces cuadradas.

$\sqrt{9} =$

$\sqrt{16} =$

$\sqrt{25} =$

$\sqrt{36} =$

$\sqrt{49} =$

$\sqrt{64} =$

$\sqrt{81} =$

$\sqrt{100} =$

2

Calcula y completa.

$11^2 = 121 \rightarrow \sqrt{121} =$

$15^2 = \rightarrow \sqrt{\quad} =$

$40^2 = \rightarrow \sqrt{\quad} =$

$52^2 = \rightarrow \sqrt{\quad} =$

$63^2 = \rightarrow \sqrt{\quad} =$

$75^2 = \rightarrow \sqrt{\quad} =$

3

Averigua cuáles de las siguientes raíces cuadradas no son correctas.

$\sqrt{122} = 11 \rightarrow$ No es correcta porque $11^2 = 121$.

$\sqrt{169} = 13 \rightarrow$

$\sqrt{220} = 14 \rightarrow$

$\sqrt{484} = 22 \rightarrow$

$\sqrt{525} = 25 \rightarrow$

$\sqrt{676} = 26 \rightarrow$

REGLA PARA HALLAR LA RAÍZ CUADRADA

Para hallar la raíz cuadrada de un número, por ejemplo 103.689, se siguen estos pasos:

- 1.º Se hacen grupos de dos cifras empezando por la derecha y se halla un número cuyo cuadrado se acerque más al primer grupo (10), que es $3 : 3^2 = 9$. La primera cifra de la raíz cuadrada es 3; después se calcula la diferencia $10 - 9 = 1$.
- 2.º A la derecha de 1 se baja el siguiente grupo 36 y debajo de la raíz hallada (3) se escribe su doble (6). De 136 se separa su última cifra (6) y se divide 13 entre el doble de la raíz hallada (6).
- 3.º El cociente obtenido (2) se pone a la derecha del 6 y el número formado (62) se multiplica por este cociente (2). Después se calcula la diferencia $136 - 124 = 12$.
- 4.º El número 2 se pasa a la raíz a la derecha del 3 y se repiten los pasos 2.º y 3.º.

$\sqrt{10.36.89}$ $\underline{- 9}$ 136 $\underline{- 124}$ 1289 $\underline{- 1284}$ 5	322 $62 \times 2 = 124$ $642 \times 2 = 1.284$
---	--

$\sqrt{10.36.89} = 322$

1

Calcula.

$\sqrt{467}$

$\sqrt{641}$

$\sqrt{1246}$

 $\sqrt{7282}$

 $\sqrt{52768}$

 $\sqrt{75496}$

Divisibilidad en $\mathbb{N}$

MÚLTIPLOS DE UN NÚMERO

- Un número natural **a** es múltiplo de otro número **b** si la división **a : b** es una división exacta.

Ejemplos: 60 es múltiplo de 4 porque la división $60 : 4 = 15$ es exacta.

48 es múltiplo de 3 porque la división $48 : 3 = 16$ es exacta.

- Para hallar el conjunto de los múltiplos naturales de un número natural **a** basta multiplicar **a** por cada número natural. El conjunto de múltiplos del número **a** se representa así: $\{\dot{\mathbf{a}}\}$

Ejemplo: $\{4\} = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, \dots\}$

1

En cada caso, averigua si el número es múltiplo de 7.

4123

5168

6230

2

En cada caso, averigua si el número es múltiplo de 11 y de 13 a la vez.

715

1224

3146

3

Escribe 10 múltiplos de cada número.

- [illegible]

DIVISORES DE UN NÚMERO

Un número natural **b** es divisor de otro número **a** si la división $a : b$ es una división exacta. También se dice **a** es divisible por **b**.

Ejemplos: 3 es divisor de 15 porque la división $15 : 3 = 5$ es exacta.

2 no es divisor de 15 porque la división $15 : 2$ no es exacta.

1

Averigua cuáles de los siguientes números son divisibles por 13.

1516

2730

4681

2

En cada caso, averigua y contesta.

- ¿Es 73 divisor de 803?
- ¿Es 53 divisor de 3.888?
- ¿Es 65 divisor de 9.230?
- ¿Es 72 divisor de 8.856?
- ¿Es 81 divisor de 5.832?
- ¿Es 93 divisor de 9.000?
- ¿Es 101 divisor de 9.292?

3

Escribe.

- Cuatro divisores de 12 →
- Cinco divisores de 24 →
- Seis divisores de 36 →
- Siete divisores de 72 →
- Tres divisores de 185 →
- Cuatro divisores de 183 →
- Cinco divisores de 195 →

DIVISIBILIDAD POR 2, POR 5 Y POR 10

- Un número es divisible por 2 si termina en 0 o en cifra par.
- Un número es divisible por 5 si termina en 0 o en 5.
- Un número es divisible por 10 si termina en 0.

Ejemplos: 48 es divisible por 2 porque termina en 8 (cifra par).
95 es divisible por 5 porque termina en 5.
130 es divisible por 10 porque termina en 0.

1

En cada caso, rodea los números que se indican.

- Los múltiplos de 2 $\rightarrow \{31, 42, 80, 125, 216, 313, 418, 500\}$
- Los múltiplos de 5 $\rightarrow \{20, 32, 95, 103, 205, 304, 800, 905\}$
- Los múltiplos de 10 $\rightarrow \{10, 25, 90, 108, 400, 805, 950, 1990\}$

Copia los números que son a la vez múltiplos de 2, de 5 y de 10.

2

Piensa y escribe.

- Diez múltiplos de 2 que no sean múltiplos de 5.

{ _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____ }

- Diez múltiplos de 5 que no sean múltiplos de 10.

{ _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____ }

- Diez múltiplos de 2 que no sean múltiplos de 10.

{ _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____ }

3

En el siguiente conjunto, rodea los números que son a la vez múltiplos de 2 y de 5.

20 - 21 - 22 - 23 - 24 - 25 - 26 - 27 - 28 - 29 - 30 - 31 - 32 - 33 - 34 -
35 - 36 - 37 - 38 - 39 - 40 - 41 - 42 - 43 - 44 - 45 - 46 - 47 - 48 - 49 -
50 - 51 - 52 - 53 - 54 - 55 - 56 - 57 - 58 - 59 - 60.

¿Todos los números que has rodeado son múltiplos de 10? _____

¿Todo múltiplo de 10 es múltiplo de 2 y de 5? _____

DIVISIBILIDAD POR 3 Y POR 9

- Un número es divisible por 3 cuando la suma de sus cifras es un múltiplo de 3.
- Un número es divisible por 9 cuando la suma de sus cifras es un múltiplo de 9.

Ejemplos: 42 es divisible por 3 porque la suma de sus cifras ($4 + 2 = 6$) es un múltiplo de 3.

90 es divisible por 9 porque la suma de sus cifras ($9 + 0 = 9$) es un múltiplo de 9.

1

En cada uno de los siguientes conjuntos, rodea.

- Los múltiplos de 3 $\rightarrow \{3, 18, 31, 47, 51, 69, 73, 104, 207\}$
- Los múltiplos de 9 $\rightarrow \{9, 43, 54, 60, 72, 99, 101, 243, 477\}$
- Los múltiplos de 3 que no son múltiplos de 9 $\rightarrow \{3, 81, 102, 135, 201, 300\}$

2

Piensa y escribe.

- Diez múltiplos de 3 que no sean múltiplos 9.

{ _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____ }

- Diez múltiplos de 3 que sean también múltiplos de 9.

{ _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____ }

3

En cada número, calcula un valor de la cifra a para que ese número sea un múltiplo de 3.

$$31a \rightarrow a = 2$$

$$9a4 \rightarrow$$

$$72a \rightarrow$$

$$4a6 \rightarrow$$

$$43a \rightarrow$$

$$7a6 \rightarrow$$

$$80a \rightarrow$$

$$7a7 \rightarrow$$

$$78a \rightarrow$$

$$8a7 \rightarrow$$

$$91a \rightarrow$$

$$89a \rightarrow$$

4

En cada número, calcula un valor de la cifra a para que ese número sea un múltiplo de 9.

$$43a \rightarrow$$

$$8a9 \rightarrow$$

$$71a \rightarrow$$

$$54a \rightarrow$$

$$9a1 \rightarrow$$

$$63a \rightarrow$$

$$75a \rightarrow$$

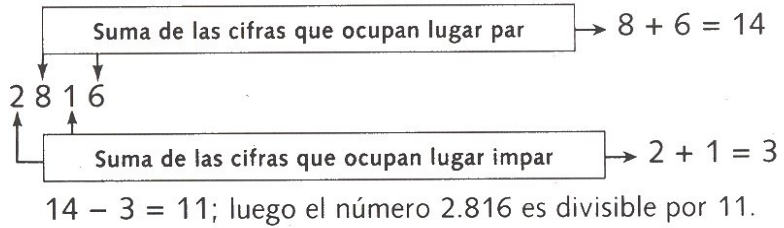
$$8a2 \rightarrow$$

$$77a \rightarrow$$

DIVISIBILIDAD POR 11

Un número es divisible por 11 si la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan lugar par y la suma de las cifras que ocupan lugar impar es un múltiplo de 11.

Ejemplo:



1

Averigua cuáles de los siguientes números son múltiplos de 11.

	110	132	380	1859	1925	3805	4015
Suma de las cifras que ocupan lugar par	1						
Suma de las cifras que ocupan lugar impar.	$1+0=1$						
Diferencia de las sumas	$1-1=0$						
Divisible por 11	Sí						

2

En cada caso, elige el valor de a para que cada uno de los siguientes números sea un múltiplo de 11.

$$247a \begin{cases} a = 1 \rightarrow 2.471 \text{ no es divisible por } 11 \\ a = 3 \rightarrow \\ a = 5 \rightarrow \end{cases}$$

$$7a79 \begin{cases} a = 1 \rightarrow \\ a = 3 \rightarrow \\ a = 5 \rightarrow \end{cases}$$

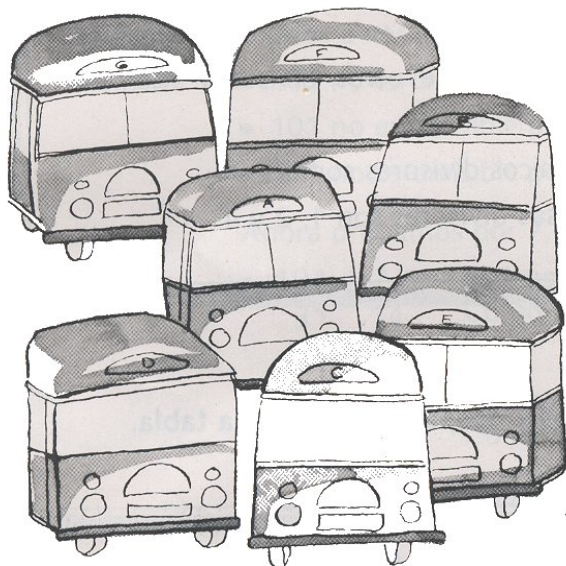
$$763a \begin{cases} a = 2 \rightarrow \\ a = 4 \rightarrow \\ a = 6 \rightarrow \end{cases}$$

PROBLEMAS DE DIVISIBILIDAD

1

En una ciudad muy especial hay siete líneas de autobuses. Todos los autobuses hacen el mismo recorrido, pero no todos se detienen en las mismas paradas. El recorrido tiene un total de 150 paradas.

Observa en el cuadro dónde para cada autobús.



AUTOBÚS A	Para en todas las paradas.
AUTOBÚS B	Para de 2 en 2 paradas.
AUTOBÚS C	Para de 3 en 3 paradas.
AUTOBÚS D	Para de 5 en 5 paradas.
AUTOBÚS E	Para de 9 en 9 paradas.
AUTOBÚS F	Para de 10 en 10 paradas.
AUTOBÚS G	Para de 11 en 11 paradas.

- a) Averigua los autobuses que se detienen en las paradas que se indican y completa la tabla.

PARADAS	AUTOBUSES QUE SE DETIENEN EN ESA PARADA
Número 22	Autobús A; Autobús B, porque 22 es divisible por 2, y autobús G, porque 22 es divisible por 11.
Número 36	
Número 75	
Número 100	
Número 121	

- b) Escribe todas las paradas en las que se detienen los siguientes autobuses.

Autobús D →

Autobús E →

Autobús F →

Autobús G →

NÚMEROS PRIMOS

- Un número natural distinto de 1 es un número primo si sólo tiene dos divisores, él mismo y la unidad.
- Un número natural es un número compuesto si tiene otros divisores además de él mismo y la unidad.

Ejemplos: 3 es un número primo porque sus únicos divisores son 1 y 3.
4 es un número compuesto porque sus divisores son 1, 2 y 4.

1

Halla los divisores de los siguientes números y después completa la tabla.

- Divisores de 2 = { 1, 2 }
- Divisores de 6 =
- Divisores de 7 =
- Divisores de 8 =
- Divisores de 9 =
- Divisores de 10 =
- Divisores de 13 =
- Divisores de 17 =

	2	6	7	8	9	10	13	17
Número primo								
Número compuesto								

2

Construye la tabla de los números primos menores que 100.

Para ello, sigue estos pasos:

- 1.º A partir del 2, tacha los múltiplos de 2.
- 2.º A partir del 3, tacha los múltiplos de 3.
- 3.º A partir del 5, tacha los múltiplos de 5.
- 4.º A partir del 7, tacha los múltiplos de 7.
- 5.º A partir del 11, tacha los múltiplos de 11.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- ¿Qué observas al aplicar el paso 5.º?
- ¿Cuántos números primos hay menores que 100?

CÓMO AVERIGUAR SI UN NÚMERO ES PRIMO

Para averiguar si un número es primo o compuesto, se divide por la serie de números primos 2, 3, 5, 7, 11, ... hasta llegar a una división cuyo cociente sea igual o menor que el divisor. Si todas las divisiones tienen el resto distinto de cero, el número propuesto es un número primo.

Ejemplo: Vamos a ver si el número 101 es un número primo.

- 101 no es divisible por 2.
- 101 no es divisible por 3.
- 101 no es divisible por 5.

Ahora probamos por 7.

- $101 \overline{) 7}$; 101 no es divisible por 7.
 $\begin{array}{r} 31 \\ 3 \end{array} \overline{) 14}$ Como $14 > 7$, hay que seguir probando.
- $101 \overline{) 11}$; 101 no es divisible por 11.
 $\begin{array}{r} 02 \\ 9 \end{array} \overline{) 9}$ Como $9 < 11$, el número 101 es un número primo.

1

Averigua cuáles de los siguientes números son primos y cuáles son compuestos.

97

Es un número _____

311

Es un número _____

107

Es un número _____

481

Es un número _____

221

Es un número _____

601

Es un número _____

DESCOMPOSICIÓN DE UN NÚMERO EN PRODUCTO DE FACTORES PRIMOS

Para descomponer un número, por ejemplo 36, en producto de factores primos se siguen estos pasos:

- 1.º Se escribe el número a la izquierda de una raya vertical y a su derecha el menor número primo (2, 3, 5, 7, ...) por el cual dicho número sea divisible. El cociente obtenido se coloca debajo del número propuesto (36).
- 2.º Se procede como en el paso anterior con el cociente obtenido (18), y así sucesivamente hasta llegar a un cociente igual a 1.

El número es igual al producto de los factores primos obtenidos.

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

1

Haz la descomposición en producto de factores primos de los siguientes números.

$$24 \mid 2$$

$$24 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$126$$

$$126 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$54$$

$$54 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$539$$

$$539 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$70$$

$$70 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$728$$

$$728 = \underline{\hspace{2cm}}$$

2

Haz la descomposición en producto de factores primos de los siguientes números.

1400

2560

3475

1400 = _____

2560 = _____

3475 = _____

3

Observa la descomposición en producto de factores primos de los siguientes números:

$$A = 2^2 \times 3 \times 5^2$$

$$B = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$C = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$$

a) Calcula el valor de cada uno de estos números

A =

B =

C =

b) Calcula el número por el cual hay que multiplicar el número A para obtener C.

• ¿Es el número C múltiplo de A? _____

c) Calcula el número por el cual hay que multiplicar el número B para obtener A.

• ¿Es el número B divisor de A? _____

d) Calcula el número por el cual hay que multiplicar el número B para obtener C.

• ¿Es el número B divisor de C? _____

CONJUNTO DE LOS DIVISORES DE UN NÚMERO

Para hallar los divisores naturales de un número, por ejemplo 60, se siguen estos pasos:

1.º Se descompone el número en producto de factores primos. $60 = 2^2 \times 3 \times 5$.

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

2.º Se hace una tabla poniendo en la primera fila el 1 y las potencias sucesivas del primer factor primo ($2^1 = 2$; $2^2 = 4$); así se obtiene la fila A.

2.º A

1	2	4
---	---	---

3.º Se multiplica cada número de la fila A por el siguiente factor primo (3); así se obtiene la fila B.

3.º A

1	2	4
3	6	12

(x 3)

4.º Se multiplica cada número de las filas A y B por el último factor primo 5; así se obtienen las filas C y D.

4.º A

1	2	4
3	6	12
5	10	20
15	30	60

(x 5)
(x 5)

El conjunto de divisores naturales de 60 es el formado por los números de las filas A, B, C y D.

Divisores de 60: $\{1, 2, 4, 3, 6, 12, 5, 10, 20, 15, 30, 60\}$

1 Halla los divisores naturales de cada uno de los siguientes números.

36

Divisores de 36:

45

Divisores de 45:

52

Divisores de 52:

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

- El mínimo común múltiplo (m.c.m.) de dos o más números es el menor múltiplo común distinto de cero.
- Para hallar el mínimo común múltiplo de dos o más números, por ejemplo, m.c.m. (30, 45), se siguen estos pasos:

1.º Se descompone cada número en producto de factores primos.

2.º El producto de estos factores comunes elevados al mayor exponente y de los no comunes es el mínimo común múltiplo de los números dados.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3^2 \times 5$$

$$\text{m.c.m. (30, 45)} = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

1

Halla el mínimo común múltiplo de los siguientes pares de números.

32 y 68

$$\text{m.c.m. (32, 68)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

105 y 210

$$\text{m.c.m. (105, 210)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

52 y 76

$$\text{m.c.m. (52, 76)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

380 y 420

$$\text{m.c.m. (380, 420)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

84 y 95

$$\text{m.c.m. (84, 95)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

590 y 711

$$\text{m.c.m. (590, 711)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2

Halla el mínimo común múltiplo de los siguientes pares de números.

320 y 640

420 y 1.260

m.c.m. (320, 640) = _____

m.c.m. (420, 1.260) = _____

• ¿Es 640 múltiplo de 320? _____

• ¿Es 1.260 múltiplo de 420? _____

• ¿Cuál es el m.c.m. (320, 640)? _____

• ¿Cuál es el m.c.m. (420, 1.260)? _____

• En general, si **a** es múltiplo de **b**, ¿cuál es el **m.c.m. (a, b)**?

m.c.m. (a, b) = _____

3

Halla el mínimo común múltiplo de las siguientes series de números.

• 140, 325 y 490

m.c.m. (140, 325, 490) = _____

• 725, 980 y 1.400

m.c.m. (725, 980, 1.400) = _____

1

Andrés tiene en su tienda los botones metidos en bolsas.

En la caja A tiene bolsitas de 24 botones cada una y no sobra ningún botón. En la caja B tiene bolsitas de 20 botones cada una y tampoco sobra ningún botón.

El número de botones que hay en la caja A es igual que el que hay en la caja B.

¿Cuántos botones como mínimo hay en cada caja?

**2**

María y Jorge tienen 25 bolas blancas, 15 bolas azules y 90 bolas rojas y quieren hacer el mayor número de collares iguales sin que sobre ninguna bola.

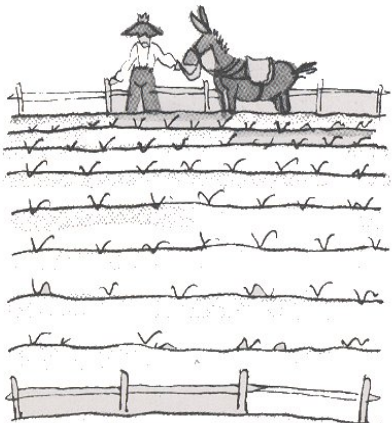
a) ¿Cuántos collares iguales pueden hacer?

b) ¿Qué número de bolas de cada color tendrá cada collar?

**3**

Un campo rectangular de 360 m de largo y 150 m de ancho, está dividido en parcelas cuadradas iguales. El área de cada una de estas parcelas cuadradas es la mayor posible.

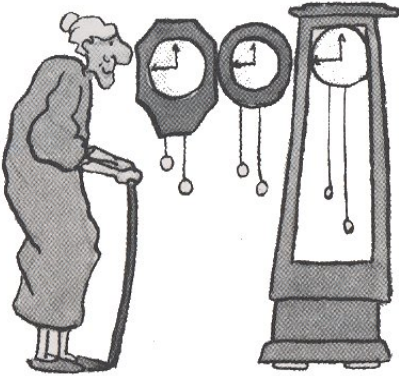
¿Cuál es la longitud del lado de cada parcela cuadrada?



4

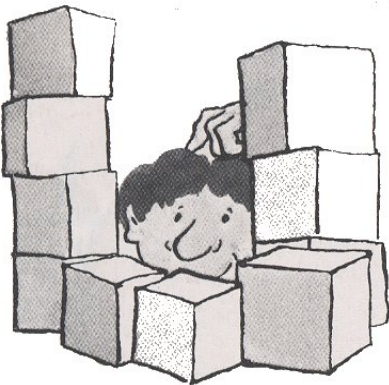
Teresa tiene un reloj que da una señal cada 60 minutos, otro reloj da una señal cada 150 minutos y un tercero que da una señal cada 360 minutos. A las 9 de la mañana los tres relojes han coincidido en dar la señal.

- a) ¿Cuántas horas, como mínimo, han de pasar para que vuelvan a coincidir?
- b) ¿A qué hora volverán a dar la señal otra vez juntos?

**5**

Rosa tiene cubos azules de 55 mm de arista y cubos rojos de 45 mm de arista. Poniendo los cubos azules y los cubos rojos como indica la figura, quiere conseguir que las dos alturas sean iguales.

¿Cuántos cubos, como mínimo, necesita de cada color?

**6**

Juan tiene que poner un rodapié de madera a dos paredes de 12 m y 9 m de longitud. Para ello ha averiguado la longitud del mayor listón de madera que cabe un número exacto de veces en cada pared.

¿Cuál será la longitud de este listón?

