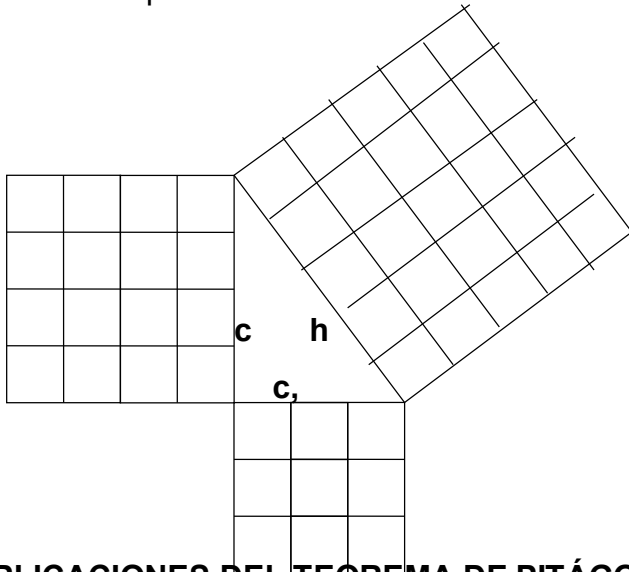


TEOREMA DE PITÁGORAS.- APLICACIONES

TEOREMA DE PITÁGORAS: En un triángulo rectángulo el cuadrado construido sobre la hipotenusa es equivalente a la suma de los cuadrados construidos sobre los catetos



$$h^2 = c^2 + c_{,}^2 \Rightarrow h = \sqrt{c^2 + c_{,}^2}$$

de donde se deduce que:

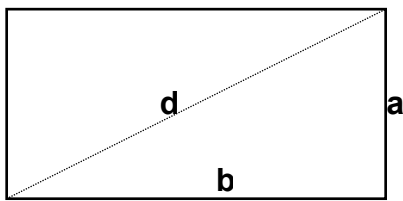
$$c^2 = h^2 - c_{,}^2 \Rightarrow c = \sqrt{h^2 - c_{,}^2}$$

o tambien que:

$$c_{,}^2 = h^2 - c^2 \Rightarrow c_{,} = \sqrt{h^2 - c^2}$$

APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

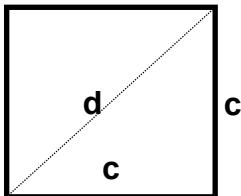
a) Cálculo de la diagonal de un rectángulo



$$d^2 = a^2 + b^2$$
$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

La diagonal del rectángulo es igual a la raíz cuadrada de la suma de sus dimensiones

b) Cálculo de la diagonal del cuadrado



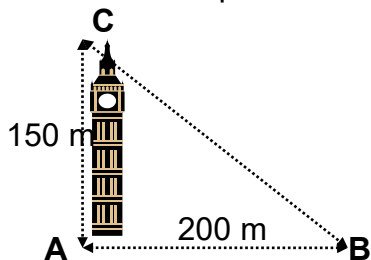
$$d^2 = c^2 + c^2 = 2c^2$$

$$d = \sqrt{2c^2} = c\sqrt{2}$$

La diagonal del cuadrado es igual al lado por la raíz de 2

PROBLEMAS SOBRE EL TEOREMA DE PITÁGORAS Y SUS APLICACIONES

- 1.- Una torre de 150 m de altura produce una sombra de 200 m. ¿Qué distancia existe en línea recta desde el punto más alto de la torre hasta el extremo de la sombra?

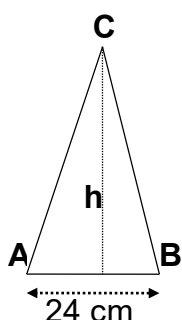


Hallamos la hipotenusa BC

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$$

$$BC = \sqrt{200^2 + 150^2} = \sqrt{40000 + 22500} = \sqrt{62500} = 250 \text{ m}$$

- 2.- En un triángulo isósceles la base (lado desigual) mide 24 cm y el perímetro mide 50 cm. Calcula el área del triángulo



Sabiendo que el perímetro (suma de las longitudes de todos los lados) mide 50 cm hallamos la longitud de cada uno de los lados iguales del triángulo:

$$(50 - 24) : 2 = 13 \text{ cm mide cada uno de los lados iguales}$$

Aplicando el teorema de Pitágoras podemos hallar la altura del triángulo isósceles:

$$h = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

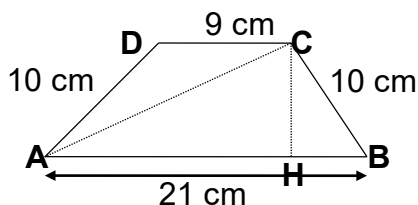
Podemos calcular el área del triángulo:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{24 \cdot 5}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ cm}^2$$

- 3.- En el trapecio isósceles de la figura se conocen la base mayor = 21 cm, la base menor = 9 cm y los lados no paralelos = 10 cm

Calcula: a) la altura

b) la diagonal



Al trazar la altura se forma dos triángulos rectángulos CHB y AHC

Para calcular la altura CH (cateto) necesitamos saber la longitud de HB (otro cateto)

$$HB = (21 \text{ cm} - 9 \text{ cm}) : 2 = 6 \text{ cm}$$

$$CH = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8 \text{ cm mide la altura}$$

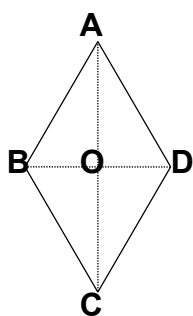
La diagonal es la hipotenusa del triángulo rectángulo AHC

Para calcular la diagonal AC necesitamos saber la longitud de AH (cateto)

$$AH = 21 \text{ cm} - 6 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$$

$$AC = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17 \text{ cm}$$

- 4.- Calcula el lado de un rombo cuyas diagonales miden 12 y 16 cm



Al cortarse las diagonales se originan cuatro triángulos rectángulos.

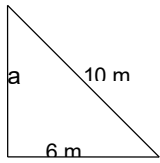
OA (cateto) = 6 cm

OD (cateto) = 8 cm

$$AD \text{ (hipotenusa)} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm mide el lado}$$

- 5.- Una escalera de 10 m. de longitud está apoyada sobre la pared. El pie de la escalera dista 6 m de la pared

¿Qué altura alcanza la escalera sobre la pared?



$$a = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8 \text{ m de altura alcanza}$$

- 6.- Construye un cuadrado que tenga la misma superficie que un rectángulo de lados 9 cm y 4 cm

$$\text{Área del rectángulo} = b \cdot h \Rightarrow A = 9 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área del cuadrado} = l^2$$

Conocida el área del cuadrado podemos hallar el lado:

$$l = \sqrt{36 \text{ cm}^2} = 6 \text{ cm}$$

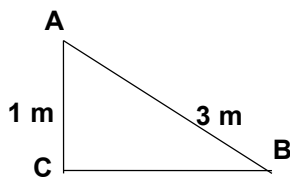
- 7.- Calcula el valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo si uno de los catetos mide 20 cm y el otro $\frac{3}{4}$ del anterior.

$$h = \sqrt{c^2 + c_1^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{400 + 225} = \sqrt{625} = 25 \text{ cm}$$

- 8.- La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 12 cm y uno de los catetos mide $\frac{3}{5}$ de lo que mide la hipotenusa. Calcula la medida del cateto desconocido.

$$c = \sqrt{h^2 - c_1^2} = \sqrt{12^2 - 7,2^2} = \sqrt{144 - 51,84} = \sqrt{92,16} = 9,6 \text{ cm}$$

- 9.- Cayendo a mediodía el sol verticalmente, calcula la longitud de la sombra que producirá un palo de 3 m. inclinado 45° respecto a la vertical y habiendo una distancia entre el suelo y el extremo del palo de 1 m.



$$c = \sqrt{h^2 - c_1^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{9 - 1} = \sqrt{8} = 2,82 \text{ cm}$$

- 10.- Calcula el recorrido de una rampa si la longitud horizontal es de 3 m y lo que se eleva $1'20$ m

$$h = \sqrt{c^2 + c_1^2} = \sqrt{3^2 + 1,20^2} = \sqrt{9 + 1,44} = \sqrt{10,44} = 3,23 \text{ cm}$$

- 11.- ¿Qué altura se podrá subir por una rampa si horizontalmente se recorren 2 metros y la rampa mide realmente 3 metros?

$$c = \sqrt{h^2 - c_1^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{9 - 1} = \sqrt{8} = 2,82 \text{ cm}$$

- 12.- Calcula la longitud de la circunferencia circunscrita a un hexágono regular de perímetro 24 cm.

$$L_6 = \text{radio}$$

$$L_6 = \frac{24 \text{ cm}}{6} = 4 \text{ cm}$$

$$L_c = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$L_c = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 = 25,12 \text{ cm}$$

13.- En una circunferencia de longitud 6 m se inscribe un hexágono regular. Calcular la longitud de un lado

$$L. c. = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{L.c.}{2\pi} = \frac{6 \text{ m}}{6,28} = 0,95 \text{ m}$$

$$l_6 = \text{radio} \Rightarrow l_6 = 0,95 \text{ m}$$

14.- Calcula la diferencia entre la longitud de una circunferencia de diámetro 60 cm y el perímetro de un hexágono regular inscrito en ella

$$\text{Long.circ.} = 2 \cdot \pi \cdot r = 60 \text{ cm} \cdot 3,14 = 188,4 \text{ cm}$$

$$L_6 = \text{radio} = 60 \text{ cm} : 2 = 30 \text{ cm}$$

$$\text{Perímetro del hexágono} = 30 \text{ cm} \cdot 6 = 180 \text{ cm}$$

$$\text{Diferencia: } 188,4 \text{ cm} - 180 \text{ cm} = 8,4 \text{ cm}$$

15.- Con 12 m de cuerda construimos un hexágono regular. Calcula la cantidad de cuerda que deberemos añadir para construir una circunferencia circunscrita al hexágono

$$l_6 = \frac{12 \text{ m}}{6} = 2 \text{ m}$$

$$l_6 = r \Rightarrow r = 2 \text{ m}$$

$$\text{Long. circunf} = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3,14 \cdot 2 \text{ m} = 12,56 \text{ m}$$

$$\text{Hay que añadir } 12,56 \text{ m} - 12 \text{ m} = 0,56 \text{ m}$$

16.- El perímetro de un hexágono mide 25 cm. Calcula la longitud de la apotema

$$l_6 = 25 \text{ cm} : 6 = 4,16 \text{ cm}$$

$$r = l_6 = 4,16 \text{ m}$$

$$ap_6 = \frac{r\sqrt{3}}{2} = \frac{4,16 \text{ m} \cdot 1,73}{2} = 3,59 \text{ m}$$

17.- Un hexágono regular se inscribe en una circunferencia de 2 m de radio. Calcula el valor de su apotema

$$ap_6 = \frac{r\sqrt{3}}{2} = \frac{2 \cdot 1,73}{2} = 1,73 \text{ m}$$

18.- Calcula el valor del lado del cuadrado inscrito en una circunferencia de 0,5 m de diámetro

$$l_4 = r\sqrt{2} = 0,25 \text{ m} \cdot 1,41 = 0,35 \text{ m}$$

19.- Calcula el valor del perímetro de un cuadrado inscrito a una circunferencia de 2 m. de diámetro

$$l_4 = r\sqrt{2} = 1 \text{ m} \cdot 1,41 = 1,41 \text{ m}$$

$$\text{Perímetro} = 1,41 \text{ m} \cdot 4 = 5,64 \text{ m}$$

20.- Calcula el perímetro de un cuadrado inscrito en un círculo de superficie 200 cm²

$$\text{Área del círculo} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{\text{Área}}{\pi}} = \sqrt{\frac{200 \text{ cm}^2}{3,14}} = 7,98 \text{ cm}$$

$$l_4 = r\sqrt{2} = 7,98 \text{ cm} \cdot 1,41 = 11,25 \text{ cm}$$

$$\text{Perímetro} = 11,25 \text{ cm} \cdot 4 = 45 \text{ cm}$$