

## ACTIVIDADES RESUELTAS DE ÁLGEBRA

### 1.- Clasifica las siguientes expresiones algebraicas

$5a^2$  = positiva, entera, racional

$-4a^3b$  = negativa, entera, racional

$\frac{2a}{3}$  = positiva, entera, racional

$-\frac{5b^2}{6}$  = negativa, entera, racional

$\sqrt{a}$  = positiva, entera, irracional

$-\sqrt[3]{5b^2}$  = negativa, entera, irracional

$\frac{\sqrt{a}}{6}$  = positiva, entera, irracional

$-\frac{4a^2b^3}{\sqrt{6a}}$  = positiva, fraccionaria, irracional

$a^{-3}b^{\frac{3}{4}}$  = positiva, fraccionaria, irracional

### 2.- Indica el grado de los siguientes términos

$-4a^3b^2$  = de quinto grado

$-6ab^3$  = de cuarto grado

$-x^5$  = de quinto grado

$6a^4$  = de cuarto grado

$4ab^3cx^2$  = de séptimo grado

### 3.- Clasifica las siguientes expresiones algebraicas indicando su grado

$5a^2 - 4a^3b$  = binomio de cuarto grado

$4ab^3c^3x^2$  = monomio de noveno grado

$\frac{2a}{3} - 4a^3b^2 + \frac{\sqrt{a}}{6}$  = trinomio de quinto grado

$6a^4 + 3a^3b + 4a^2b - 5ab^2c^3$  = polinomio de sexto grado

### 4.- Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores de x que se indican

Valores de x	$(x-1)(x+1)$	$3x - 2$	$2x^3 - 6x^2 - 4x + 1$
-1	$(-1-1)(-1+1) = -2 \cdot 0 = 0$	$3(-1) - 2 = -3 - 2 = -5$	$2 \cdot (-1)^3 - 6 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 1 = 2 \cdot (-1) - 6 \cdot 1 + 4 + 1 = -2 - 6 + 4 + 1 = -3$
1	$(1-1)(1+1) = 0 \cdot 2 = 0$	$3 \cdot 1 - 2 = 3 - 2 = 1$	$2 \cdot 1^3 - 6 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 1 = 2 - 6 - 4 + 1 = -7$
2	$(2-1)(2+1) = 1 \cdot 3 = 3$	$3 \cdot 2 - 2 = 6 - 2 = 4$	$2 \cdot 2^3 - 6 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 1 = 16 - 24 - 8 + 1 = -15$
-2	$(-2-1)(-2+1) = -3 \cdot (-1) = 3$	$3 \cdot (-2) - 2 = -6 - 2 = -8$	$2 \cdot (-2)^3 - 6 \cdot (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 1 = 2 \cdot (-8) - 6 \cdot 4 + 8 + 1 = -16 - 24 + 8 + 1 = -31$
3	$(3-1)(3+1) = 2 \cdot 4 = 8$	$3 \cdot 3 - 2 = 9 - 2 = 7$	$2 \cdot 3^3 - 6 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 + 1 = 54 - 54 - 12 + 1 = -11$

### 5.- De los siguientes términos agrupa los que sean homogéneos

$-4a^3b^2$ ;  $-x^5$ ;  $6x^4$ ;  $4abcx^2$ ;  $-2ac^2$ ;  $6ab^3$ ;  $6x^4y$ ;  $6a^4$ ;  $3a^3b$ ;  $4a^2b$ ;  $-5ab^2c^3$ ;  $\frac{2}{3}b^6$

Son homogéneos:  $-4a^3b^2$ ;  $-x^5$ ;  $4abcx^2$ ;

$-2ac^2$ ;  $4a^2b$

$6x^4$ ;  $6ab^3$ ;  $6a^4$ ;  $3a^3b$

$-5ab^2c^3$ ;  $\frac{2}{3}b^6$

**6.- De los siguientes términos agrupa los que sean semejantes**

$$7a ; - 2x^3 ; 3x^2y^3 ; \frac{1}{5}xy ; 9b ; 6a ; - 4b ; 5x ; - 11y ; 20x ; y ; 4x^3 ; - 2xy ; -2a^3 ; -\frac{2}{3}x^2y^3$$

Son semejantes:  $7a ; 6a$

$$- 2x^3 ; 4x^3$$

$$3x^2y^3 ; -\frac{2}{3}x^2y^3$$

$$- 11y ; y$$

$$\frac{1}{5}xy ; - 2xy ;$$

$$9b ; - 4b ;$$

$$5x ; 20x$$

**7.- Reduce términos semejantes en los siguientes polinomios**

$$7a - 9b + 6a - 4b = 13a - 13b$$

$$a + b - c - b - c + 2c - a = c$$

$$5x - 11y - 9 + 20x - 1 - y = 25x - 12y - 10$$

$$- 6m + 8n + 5 - m - n - 6m - 11 = - 13m + 7n - 6$$

$$- a + b + 2b - 2c + 3a + 2c - 3b = 2a$$

$$- 81x + 19y - 30z + 6y + 80x + x - 25y = - 30z$$

$$15a^2 - 6ab - 8a^2 + 20 - 5ab - 31 + a^2 - ab = 8a^2 - 12ab - 11$$

**8.- De los siguientes polinomios escoge dos que sean homogéneos**

a)  $3a^2b + 4a^3 - 5b^3$

d)  $4a - 5b + 6c^2 - 8d^3 - 6$

b)  $a^4 - a^3b + a^2b^2 + ab^3$

e)  $y^5 - ay^4 + a^2y^3 - a^3y^2 - a^4y + y^5$

c)  $x^5 - bx^4 + abx^3 + ab^3x^2$

f)  $- 6a^3b^4 - 5a^6b + 8a^2b^5 - b^7$

Homogéneos son los polinomios a) y e)

**9.- De los siguientes polinomios indica los que son completos**

a)  $a^4 - a^2 + a - a^3$

d)  $m^5 - m^4 + m^3 - m + 5$

b)  $5x^4 - 8x^2 + x - 6$

e)  $y^5 - by^4 + b^2y^3 - b^3y^2 + b^4y$

c)  $x^4y - x^3y^2 + x^2x^3 - y^4$

Son completos: el a) y el e)

**10.- Escribe dos polinomios homogéneos, uno de tercer grado y otro de quinto grado**

Polinomio homogéneo de tercer grado:  $ax^2 - b^2y - 2cxz$

Polinomio homogéneo de quinto grado:  $6z^5 + 2x^3y^2 - 3xyz^3$

**11.- Escribe dos polinomios completos:**

$5a^4 - a^3 + 4a^2 - a + 3$

$3x^3y - 8x^2y^2 + 5x + 5xy^3 - 9$

**12.- Ordenar los siguientes polinomios en orden descendente:**

- a)  $m^2 + 6m - m^3 + m^4$   
 b)  $6ax^2 - 5a^3 + 2a^2x + x^3$   
 c)  $-a^2b^3 + a^4b + a^3b^2 - ab^4$   
 d)  $a^4 - 5a + 6a^3 - 9a^2 + 6$   
 e)  $-x^8y^2 + x^{10} + 3x^4y^6 - x^6y^4 + x^2y^8$   
 f)  $-3m^{15}n^2 + 4m^{12}n^3 - 8m^6n^5 - 10m^3n^6 + n^7 - 7m^9n^4 + m^{18}n$

**Solución:**

- a)  $m^4 - m^3 + m^2 + 6m$   
 b)  $x^3 + 6ax^2 + 2a^2x - 5a^3$   
 c)  $a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 - ab^4$   
 d)  $a^4 + 6a^3 - 9a^2 - 5a + 6$   
 e)  $x^{10} - x^8y^2 - x^6y^4 + 3x^4y^6 + x^2y^8$   
 f)  $m^{18}n - 3m^{15}n^2 + 4m^{12}n^3 - 7m^9n^4 - 8m^6n^5 - 10m^3n^6 + n^7$

**13.- Efectúa:**

$x + 2x = 3x$   
 $8a + 9a = 17a$   
 $-b - 5b = -6b$   
 $-9m - 7m = -16m$

$\frac{1}{3}xy + \frac{1}{6}xy = \frac{2+1}{6}xy = \frac{3}{6}xy = \frac{1}{2}xy$

$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a = \frac{2}{2}a = a$

$\frac{3}{5}ab + \frac{1}{10}ab = \frac{6+1}{10}ab = \frac{7}{10}ab$

$-\frac{5}{6}a^2b - \frac{1}{8}a^2b = \frac{-20-3}{24}a^2b = -\frac{23}{24}a^2b$

**14.- Realiza las siguientes operaciones con polinomios:**

$\frac{1}{5}ax + \frac{3}{10}ax + ax = \frac{2+3+10}{10}ax = \frac{15}{10}ax = \frac{3}{2}ax$

$-\frac{3}{4}a^2x - \frac{5}{6}a^2x - a^2x = \frac{-9-10-12}{12}a^2x = -\frac{31}{12}a^2x$

$-\frac{2}{3}x^3y - \frac{1}{6}x^3y - \frac{1}{9}x^3y - \frac{1}{12}x^3y = \frac{-24-6-4-3}{36}x^3y = -\frac{37}{36}x^3y$

**15.- Haz las operaciones que se indican:**

$(2x - 3y) - (6x + 7y - 4) + 6 = 2x - 3y - 6x - 7y + 4 + 6 = -4x - 10y + 10$

$(7a + 3b - 2ab) - (6b + 4ab - 8b) - 4a - 6b = 7a + 3b - 2ab - 6b - 4ab + 8b - 4a - 6b = 3a - b - 6ab$

$5x + 4 - 3x^2 - (7x + 4x^2 - 2x^2) + 3x - 7 = 5x + 4 - 3x^2 - 7x - 4x^2 + 2x^2 + 3x - 7 = -5x^2 + x - 3$

**16.- Efectúa las operaciones siguientes**

a) $(-2x - 3)(2 - 3x)$	b) $(4x^2 - 3)(3x^2 + 3)$	c) $(2x^2 + 4x)(4x - 3)$
$\begin{array}{r} -2x - 3 \\ \underline{\phantom{-2x - 3} 2 - 3x} \\ 6x^2 + 9x \\ \underline{\phantom{6x^2 + 9x} -4x - 6} \\ 6x^2 + 5x - 6 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4x^2 - 3 \\ \underline{\phantom{4x^2 - 3} 3x^2 + 3} \\ -12x^2 - 9 \\ \underline{\phantom{-12x^2 - 9} 12x^4 - 9x^2} \\ 12x^4 - 21x^2 - 9 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2x^2 + 4x \\ \underline{\phantom{2x^2 + 4x} 4x - 3} \\ 6x^2 - 12x \\ \underline{\phantom{6x^2 - 12x} 8x^3 + 16x^2} \\ 8x^3 + 22x^2 - 12x \end{array}$

**17.- Desarrolla las siguientes expresiones**

a)  $(7x - 3)^2 = 49x^2 - 42x + 9$

c)  $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

b)  $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

d)  $(6a - b)(6a + b) = 36a^2 - b^2$

**18.- Indica si estas igualdades son verdaderas o falsas indicando lo correcto**

a)  $(2x - 3)^2 = 9 - 4x^2 + 12x$  Falsa Lo correcto es:  $4x^2 - 12x + 9$

b)  $(5x - 3)(5x + 3) = 25x^2 - 9$  Verdadera

c)  $(a - b) 2a = 2a^2 - 2ab$  Verdadera

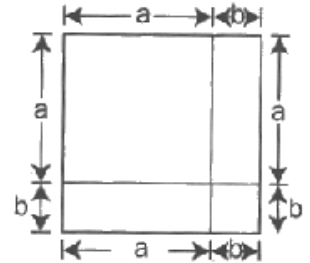
**19.- Calcula el área de la siguiente figura.**

La figura es un cuadrado ya que tiene todos los lados iguales.

El área del cuadrado es igual a lado x lado = lado<sup>2</sup>

El lado del cuadrado de la figura =  $(a + b)$

Por tanto el área de la figura será:  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

**20.- Halla los cocientes de las siguientes divisiones de monomios:**

$15x^5 : 3x^2 = 3x^3$

$-18x^5 : 3x = -6x^4$

$9x^4 : 3x^2 = 3x^2$

$-27x^6 : (-9x^2) = 3x^4$

$14x^7 : 2x^3 = 7x^4$

$18x^7 : (-3x^2) = -6x^5$

**21.- Efectúa las divisiones siguientes**

$\frac{2}{7}x^3 : \frac{5}{4}x = \frac{8}{35}x^2$

$-\frac{3}{5}x^6 : \left(-\frac{5}{3}x^7\right) = \frac{9}{25}x^{-1}$

$-\frac{4}{5}x^6 : \frac{5}{4}x^6 = -\frac{16}{25}$

$\frac{18x^8}{-12x^5} : \frac{-4x^2}{3x^4} = \frac{54x^{12}}{48x^7} = \frac{9}{8}x^5$

**22.- Realiza las divisiones siguientes**

$(15x^3 - 3x^2 + 12x) : (-3x) = -5x^2 + x - 4$

$(-16x^7 + 8x^5 - 12x^4 + 2x^3 - x^2 + 4x) : (-4x^2) = 4x^5 - 2x^3 + 3x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x^{-1}$

$\left(\frac{1}{4}x^7y^4 - \frac{2}{3}x^6y^3 + 12x^5y^2 + \frac{3}{4}x^3y - \frac{4}{5}x^2y^5\right) : \left(-\frac{1}{2}x^3y^2\right) =$

$-\frac{1}{2}x^4y^2 + \frac{4}{3}x^3y - 24x^2 - \frac{3}{2}y^{-1} + \frac{8}{5}x^{-1}y^3$

## AMPLIACIÓN

23.- Calcula el valor numérico del término independiente c en cada uno de los siguientes polinomios para que su valor numérico sea 2, tomando x los valores indicados.

$6x^3 + 4x^2 - c$ $6 \cdot 1^3 + 4 \cdot 1^2 - c = 2$ $6 + 4 - c = 2$ $10 - c = 2$ $c = 10 - 2 = 8$	para x = 1	$2x^5 - 6x^3 - 2x^2 - c$ $2 \cdot 2^5 - 6 \cdot 2^3 - 2 \cdot 2^2 - c = 2$ $2 \cdot 32 - 6 \cdot 8 - 2 \cdot 4 - c = 2$ $64 - 48 - 8 - c = 2$ $8 - c = 2$ $c = 8 - 2 = 6$	para x = 2
$-7x^3 - 6x^2 + c$ $-7 \cdot (-1)^3 - 6 \cdot (-1)^2 + c = 2$ $-7 \cdot (-1) - 6 \cdot 1 + c = 2$ $7 - 6 + c = 2$ $1 + c = 2$ $c = 1$		para x = -1	

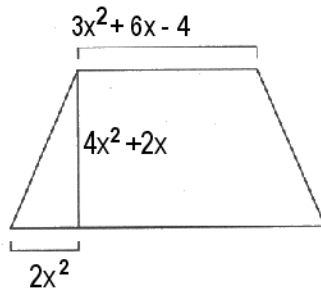
24.- Completa las siguientes expresiones

$$25x^4 + \boxed{?} + 49 = (\boxed{?})^2 \quad \longrightarrow \quad 25x^4 + 70x + 49 = (5x^2 + 7)^2$$

$$(6x + \boxed{?}) (6x - \boxed{?}) = 36x^2 - 4a^2y^4 \quad \longrightarrow \quad (6x + 2ay^2) (6x - 2ay^2) = 36x^2 - 4a^2y^4$$

$$25a^2y^4 - \boxed{?} + 9b^2x^2 = (5ay^2 - \boxed{?})^2 \quad \longrightarrow \quad 25a^2y^4 - 30ay^2bx + 9b^2x^2 = (5ay^2 - 3bx)^2$$

25.- Encuentra el polinomio que expresa el área de la siguiente figura



La figura es un trapecio cuya área es igual a:

$$\frac{\text{base mayor} + \text{base menor}}{2} \cdot \text{altura}$$

Aplicando la fórmula a los datos del problema resulta:

$$\frac{(3x^2 + 6x - 4 + 2x^2 + 2x^2) + (3x^2 + 6x - 4)}{2} \cdot 4x^2 + 2x =$$

$$\frac{10x^2 + 12x - 8}{2} \cdot 4x^2 + 2x =$$

$$(5x^2 + 6x - 4)(4x^2 + 2x) =$$

$$20x^4 + 10x^3 + 24x^3 + 12x^2 - 16x^2 - 8x =$$

$$20x^4 + 34x^3 - 4x^2 - 8x$$

26.- Desarrolla la expresión  $(a + b)^3$  y define la regla que podría aplicarse en otros casos semejantes

La expresión  $(a + b)^3$  se puede descomponer en:  $(a + b)^2 \cdot (a + b)$

Hacemos primero  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Multiplicamos el resultado por  $(a + b)$  y resulta:

$$\begin{array}{r} a^2 + 2ab + b^2 \\ \underline{\quad\quad\quad} \\ a^3 + 2a^2b + ab^2 \\ \underline{\quad\quad\quad} \\ a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \end{array}$$

A partir del resultado podemos definir la siguiente regla: “El cubo de la suma de un binomio es igual al cubo del primer término más el triple del cuadrado del primer término por el segundo más el triple del primero por el cuadrado del segundo más es cubo del segundo”

**27.- Aplica la regla anterior para desarrollar el cubo de los siguientes binomios**

$$(5a + 3b)^3 = 125a^3 + 225a^2b + 135ab^2 + 27b^3$$

$$(3x + 2y)^3 = 27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3$$

$$(2m + 5n)^3 = 8m^3 + 60m^2n + 150mn^2 + 125n^3$$

**28.- Desarrolla la expresión  $(a - b)^3$  y aplícala para hallar el valor de  $(2a - b)^3$**

La expresión  $(a - b)^3$  se puede descomponer en:  $(a - b)^2 \cdot (a - b)$

Hacemos primero  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

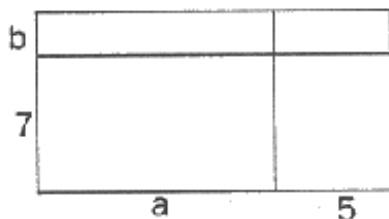
Multiplicamos el resultado por  $(a + b)$  y resulta:

$$\begin{array}{r} a^2 - 2ab + b^2 \\ \underline{a - b} \\ - a^2b + 2ab^2 - b^3 \\ \underline{a^3 - 2a^2b + ab^2} \\ a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \end{array}$$

A partir del resultado podemos definir la siguiente regla: “El cubo de la diferencia de un binomio es igual al cubo del primer término menos el triple del cuadrado del primer término por el segundo más el triple del primero por el cuadrado del segundo menos es cubo del segundo”

Por tanto el valor de  $(2a - b)^3$  será:  $8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3$

**29.- Halla el área del siguiente rectángulo**



Área del rectángulo = base x altura

Área de la figura:  $(a + 5)(b + 7) = ab + 7a + 5b + 35$