

ÁLGEBRA

IGUALDADES, IDENTIDADES Y ECUACIONES

- **IGUALDAD:** Conjunto de dos expresiones numéricas o algebraicas relacionadas por el signo igual (=)

Ej.: $4x + 5 = x - 14$

La expresión situada a la izquierda del signo = se llama **primer miembro**

La expresión situada a la derecha del signo = se llama **segundo miembro**

Los números o letras separados por los signos + ó - se llaman **términos**

$$4x + 5 = x - 14$$

↓ ↓ ↓ ↓

términos

$$\begin{array}{ccc} 4x + 5 & = & x - 14 \\ \hline \downarrow & & \downarrow \\ \text{primer miembro} & & \text{segundo miembro} \end{array}$$

Propiedades de las igualdades:

* Si **sumamos o restamos a ambos miembros** de una igualdad una misma expresión **obtenemos otra igualdad**

* Si **multiplicamos o dividimos a ambos miembros** de una igualdad por una misma expresión, distinta de cero, **obtenemos otra igualdad**

TIPOS DE IGUALDADES

A) IDENTIDAD: Es una igualdad algebraica que se cumple siempre para cualquier valor que demos a sus letras

Ej.: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$a(x + y) = ax + ay$$

.....

B) ECUACIÓN: Es una igualdad algebraica que se cumple sólo para determinados valores de sus letras llamadas **incógnitas**

Ej.: $3x + 4 = 10$ (sólo se cumple si $x = 2$)

Resolver una ecuación es hallar el valor de la incógnita que hace que se cumpla la igualdad

La solución o raíz es el valor que debe tomar la incógnita para que se cumpla la igualdad

PROCESO A SEGUIR PARA RESOLVER ECUACIONES CON UNA INCÓGNITA

- 1°.- QUITAR PARÉNTESIS, SI LOS HAY
- 2°.- QUITAR DENOMINADORES (SI LOS HAY)
- 3°.- EFECTUAR OPERACIONES INDICADAS
- 4°.- REDUCIR TÉRMINOS SEMEJANTES
- 5°.- EFECTUAR LA TRANSPOSICIÓN DE TÉRMINOS
 - INCÓGNITAS AL PRIMER MIEMBRO
 - NÚMEROS AL SEGUNDO MIEMBRO
- 6.- DESPEJAR LA INCÓGNITA
- 7°.- HALLAR LA SOLUCIÓN O RAÍZ

EJEMPLO:

Resolver la ecuación: $\frac{4(x-1)}{3} - 2 = \frac{x}{4}$

1°.- Quitar paréntesis :

$$\frac{4x - 4}{3} - 2 = \frac{x}{4}$$

2°.- Quitar denominadores (para ello reducimos a común denominador y quitamos los denominadores)

$$4(4x - 4) - 24 = 3x$$

3°.- Efectuar las operaciones indicadas :

$$16x - 16 - 24 = 3x$$

4°.- Reducir términos semejantes (números con números e incógnitas con incógnitas)

$$16x - 40 = 3x$$

5°.- Transposición de términos (incógnitas al primer miembro y números al segundo)

$$16x - 3x = 40$$

6°.- Reducir términos semejantes

$$13x = 40$$

7°.- Despejar la incógnita :

$$x = \frac{40}{13}$$

8°.- Hallamos la solución o raíz de la ecuación

$$x = 3\frac{1}{13}$$

ECUACIONES CON UNA INCÓGNITA.-REFUERZO

1.- Escribe en forma de lenguaje algebraico:

- a) Tu hermana tiene el triple de tus años y 3 más
- b) Pienso un número, le quito 4 y multiplico el resultado por 6
- c) El dinero que le queda a Elena después de gastar los $\frac{2}{3}$ de lo que llevaba
- d) El volumen que ocupa el agua de un depósito si al congelarse aumenta $\frac{1}{10}$ de su volumen
- e) El precio de un piso que se ha revalorizado en $\frac{1}{3}$ de su valor.
- f) La edad que tenías hace 6 años
- g) Tu edad sabiendo que es el doble más 3 de la de tu hermana
- h) La edad que tendrás dentro de 6 años

2.- Expresa en lenguaje algebraico las siguientes expresiones del lenguaje ordinario

Expresión escrita	Expresión algebraica	Expresión escrita	Expresión algebraica
El triple de un número		La suma de su edad más 20 años	
El doble de un número		La mitad de su edad menos 3 años	
La suma de dos números es 9		La edad que tendrá dentro de 5 años	
Un número que equivale al triple de otro		La edad que tenía hace 7 años	
El doble del dinero que tengo más 20 € son 100 €		El doble de la edad de una persona son 28 años	
La quinta parte de los alumnos de mi clase son 7		La suma de un número y su cuadrado es 12	
Mi edad y la de mi padre, que es triple de la mía, suman 52 años		El área de un rectángulo cuya altura mide el doble de la base	
La suma del doble de un número y 7 unidades es		El triple de mi dinero más 10 € son 42 E	
El doble de la suma de dos números		Si a la mitad de un número se le resta 4, queda 5	
La mitad de un número menos la cuarta parte de otro		El cuadrado de un número más el doble de dicho número	
El triple de la cuarta parte de la suma de dos números		Dos números naturales consecutivos	
La suma de los cuadrados de dos números		Dos números pares consecutivos	
El cuadrado de la suma de dos números		Un número par	
El quíntuplo del cuadrado de un número		La suma de dos números pares consecutivos	
El quíntuplo de un número al cuadrado		El área de un triángulo de base b y altura h	
La diferencia de un número y su cuadrado		Un número impar	
La suma de los cubos de dos números		El cubo de la suma de dos números	

3./ Carmen tiene x años de edad. Escribe la expresión algebraica que corresponda

- a) Su abuelo tiene el séxtuplo de la edad de Carmen
- b) Su abuela tiene 5 años menos que su abuelo
- c) El padre tiene el triple de la edad de Carmen más 4 años
- d) La madre tiene el triple de la edad de Carmen menos 1 año
- e) Su hermano Ramón tiene 3 años menos que Carmen
- f) El hermano menor tiene la mitad de la edad de Ramón

4.- Halla la solución de las ecuaciones siguientes

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------------|
| a) $x + 5 = 8$ | b) $-5 + x = 14$ |
| c) $3x + 4 = 16$ | d) $5 + 4 = x$ |
| e) $x : 3 - 4 = 20$ | f) $2x + 4 + x = 4 - 6 + 9$ |
| g) $3x + 5 - 2x = 6 + 9 - 12$ | h) $-3x + 5 - 2x = 6 + 9 - 10 + 30$ |

5.- Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba el resultado:

a) $2(x + 1) = 11 - x$

b) $2x - 8 = 4(1 - x)$

c) $3(x - 1) = 2(x - 2)$

d) $3x - 4 = 2(x - 1)$

e) $5(x - 3) = 2(2x + 4)$

f) $x + 3(x - 2) = 2x - 4$

g) $3(2x + 4) = 5x + 20$

h) $2(x + 5) = x + 11$

6.- Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $\frac{x}{2} + 3 = 5$

b) $x + 5 = \frac{8}{2}$

c) $x - \frac{1}{2} = 5$

d) $\frac{x}{3} - 1 = 5$

5.- Resuelve y comprueba el resultado:

a) $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 5$

b) $\frac{3x}{7} - 2 = \frac{x}{7}$

c) $\frac{x}{4} = 5 - \frac{1}{2}$

d) $\frac{2x+7}{4} = x - \frac{3}{4}$

6.- Resuelve:

a) $\frac{2(x-1)}{3} = \frac{x-2}{4}$

b) $\frac{x}{3} - 1 = \frac{1-x}{3}$

c) $\frac{2x-3}{2} = \frac{2(x-1)}{3}$

d) $\frac{x-2}{3} - 4 = \frac{x-1}{4}$

PROBLEMAS SOBRE ECUACIONES CON UNA INCÓGNITA

* **COMPRUEBA SIEMPRE LAS SOLUCIONES**

- 1.) Halla un número sabiendo que si se le multiplica por 4 y se le resta 10 unidades se obtiene 14
- 2.) Busca un número sabiendo que si se le divide entre 3 y se le suma 2 se obtiene 5
- 3.) Un número más es siguiente dan de resultado 11 ¿Cuáles son esos números?
- 4.) La diferencia de dos números es 10 y su suma 50. ¿Cuáles son dichos números?
- 5.) La suma de dos números es 35 y uno de ellos es 15 unidades mayor que el otro. ¿Cuáles son?
- 6.) La suma de dos números es 24 y uno es triple del otro. ¿Qué números son?
- 7.) La diferencia de dos números es 4 y uno de ellos es doble del otro ¿Cuáles son?
- 8.) Ana tiene triple edad que su hermano. La suma de sus edades es 16. ¿Que edad tiene cada uno?
- 9.) Carlos tiene hoy doble edad que Javier. Hace 10 años, la edad de Carlos era cuádruple que la de Javier ¿Cuántos años tiene cada uno?
- 10.) Halla dos números sabiendo que su suma es 21 y que uno de ellos es el doble del otro
- 11.) Halla dos números sabiendo que su suma es 26 y que si se divide el mayor por el menor el cociente es 3 y el resto 2
- 12.) Halla un número sabiendo que su mitad es igual a su sexta parte más 8
- 13.) Halla dos números cuya diferencia es 2 y su suma 16
- 14.) Halla dos números pares consecutivos sabiendo que el doble del menor es igual al mayor mas 8
- 15.) Halla dos números sabiendo que su diferencia es 8 y su cociente 3
- 16.) Halla tres números consecutivos sabiendo que su suma es 18 y que el doble del primero más el tercero es igual al triple del segundo menos 1
- 17.) Halla tres números enteros consecutivos cuya suma es 24
- 18.) Halla dos números cuya diferencia es 21 y su suma 35
- 19.) Halla tres números pares consecutivos cuya suma es 30
- 20.) Un padre tiene 24 años más que su hijo y dentro de 2 años su edad será quíntuple de la de su hijo. ¿Cuántos años tiene actualmente cada uno?
- 21.) Luisa tiene 8 años más que su hermano y hace 3 años su edad era quíntuple que la de su hermana. ¿Cuántos años tiene cada una?
- 22.) La edad actual de Elena es doble de la de su hermana. Hace 5 años Elena era tres veces mayor que su hermano. ¿Cuántos años tiene cada uno?
- 23.) Dentro de 5 años la edad de Juan será doble de la de Carlos. Hoy Juan es 18 años mayor que Carlos. ¿Cuántos años tiene cada uno?
- 24.) La suma de las edades de Miguel y Jesús es de 60 años. Halla dichas edades sabiendo que dentro de 8 años la edad de Miguel será 5 años mayor que el triple de la que Jesús tenía hace 3 años (Este problema es de ampliación, consulta a un compañero/a para que te eche una mano)

- 25.) Una garrafa de agua de 8 litros cuesta 436 ptas. El envase cuesta 20 ptas ¿A qué precio es el litro?
- 26.) Halla tres números consecutivos que sumen 27
- 27.) Hemos cortado una pieza rectangular de tela en tres trozos: uno era la tercera parte; el otro, la quinta, y el tercero, las $\frac{4}{9}$ partes. Nos han sobrado 4 metros. ¿Cuál era la longitud inicial de la pieza?
- 28.) Tenemos un cuadrado y un triángulo de la misma altura y superficie. El lado del cuadrado mide 8 cm. ¿Cuánto mide la base del rectángulo? (Haz un dibujo para que te sirva que orientación)
- 29.) Dividimos un número entre 10. El cociente lo dividimos entre 3. La suma de los dos cocientes es 100 ¿Cuál es el número inicial?
- 30.) En un puesto del mercado hay dos cestos llenos de naranjas, pero en uno hay 40 más que en el otro. ¿Cuántas naranjas hay en cada cesto si en total hay 10 docenas de naranjas?
- 31.) Los alumnos/as de segundo de ESO fueron al zoo. Entre ellos y los tres profesores eran 75 personas. La entrada de cada alumno costaba 6 € . En total las entradas costaron 441 €. ¿Cuánto costó la entrada de cada profesor?
- 32.) Hemos ido al mercado y hemos comprado 2 kg de lentejas y 4 kg de alubias. En total hemos gastado 10 €. Si el kg de alubias cuesta el doble que el de lentejas ¿Cuánto cuesta un kg de alubias?
- 33.) Juan tiene doble número de monedas que José, Ramón tiene el triple menos 5 de las que tiene José. En total los tres tienen 31 monedas. ¿Cuántas tiene cada uno?
- 34.) Si me das 50 monedas tendré el doble de las que hay en mi bolsillo ¿Cuántas tengo?
- 35.) Halla un número que aumentado en 9 unidades se hace 4 veces mayor
- 36.) ¿Cuál es el número que aumentado en 86 unidades da un total que excede (sobrepasa) en 14 unidades al quíntuplo de dicho número?
- 37.) La mitad del precio de un artículo sobrepasa a la suma de la quinta parte más la novena parte del precio en 17 €. ¿Cuánto cuesta dicho artículo?
- 38.) Hace 4 años el triple de la edad de un niño era igual al doble de la que tiene ahora. ¿Cuántos años tiene?