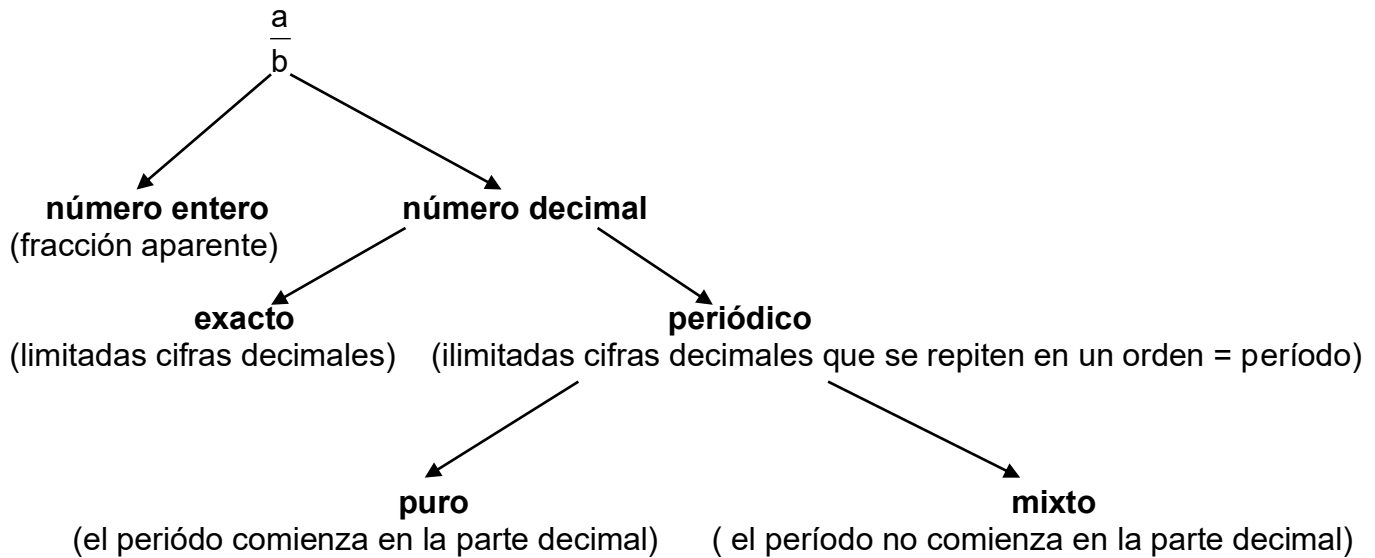


## FRACCIONES Y DECIMALES

Partiendo del concepto de fracción como cociente de dos números puede ocurrir que el resultado sea:



- El cociente será un **NÚMERO ENTERO** si el numerador es múltiplo del denominador  
Ej.:  $\frac{6}{3} = 2$  ;  $\frac{-8}{2} = -4$
- El cociente será un **NÚMERO DECIMAL EXACTO** si el denominador de la fracción irreducible sólo tiene como factores primos al 2 o al 5.  
Ej.:  $\frac{3}{2} = 1,5$  ;  $\frac{-8}{5} = -1,6$
- El cociente será un **NÚMERO DECIMAL PERIÓDICO PURO** si el denominador de la fracción irreducible no contiene como factores primos ni al 2 ni al 5.  
Ej.:  $\frac{2}{3} = 0,66666666.....$  ;  $\frac{4}{7} = 0,571428571428.....$
- El cociente será un **NUMERA DECIMAL PERIÓDICO MIXTO** si el denominador de la fracción irreducible contiene otros factores primos además del 2 o del 5  
Ej.:  $\frac{5}{6} = 0,83333333.....$  ;  $\frac{7}{15} = 0,466666.....$

### HALLAR LA FRACCIÓN GENERATRIZ DE UN NÚMERO

a) **ENTERO**: Un número entero se transforma en fracción poniéndole como denominador la unidad

$$\text{Ej.: } 5 = \frac{5}{1}; \quad -7 = \frac{-7}{1}$$

b) **DECIMAL EXACTO**: Se pone como numerador el número sin decimales y como denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga dicho número

$$\text{Ej.: } 43,789 = \frac{43789}{1000} ; \quad 0,853124 = \frac{853124}{1000000}$$

c) DECIMAL PERIÓDICO PURO: Se pone como numerador la parte entera seguida del período menos la parte entera, y como denominador tantos nueves como cifras tenga el período

$$\text{Ej.: } 6,\overline{23} = \frac{623 - 6}{99} = \frac{617}{99}$$

Demostración: Llamamos  $f$  a la fracción generatriz que queremos hallar.

$$f = 6,\overline{23}$$

Multiplicamos a ambos miembros de la igualdad por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tenga el período

$$100 f = 623,\overline{23}$$

Restamos miembro a miembro las dos igualdades anteriores

$$100 f = 623,\overline{23}$$

$$\underline{f = 6,\overline{23}}$$

$$99 f = 617$$

$$f = \frac{617}{99} \text{ como queríamos demostrar}$$

d) DECIMAL PERIÓDICO MIXTO: Se pone como numerador la parte entera, seguida del anteperíodo y del período menos la parte entera seguida del anteperíodo y como denominador tantos nueves como cifras tenga el período seguidos de tantos ceros como cifras tenga el anteperíodo

$$\text{Ej: } 5,4\overline{21} = \frac{5421 - 54}{990} = \frac{5367}{990}$$

Demostración: Llamamos  $f$  a la fracción generatriz que queremos hallar.

$$f = 5,4\overline{21}$$

Multiplicamos a ambos miembros de la igualdad por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tenga el anteperíodo para obtener un número decimal periódico puro

$$10 f = 54,\overline{21}$$

Una vez obtenido el número decimal periódico puro se procede como en el caso anterior

$$1000 f = 5421,\overline{21}$$

Restamos miembro a miembro las dos igualdades anteriores

$$1000 f = 5421,\overline{21}$$

$$\underline{10 f = 54,\overline{21}}$$

$$990 f = 5367$$

$$f = \frac{5367}{990} \text{ como queríamos demostrar}$$

## ACTIVIDADES SOBRE FRACCIONES Y DECIMALES

1./ Completa el siguiente cuadro:

SI LA FRACCIÓN IRREDUCIBLE ...	ORIGINA UN NÚMERO ....	EJEMPLO
<b>ES APARENTE</b> (numerador múltiplo del denominador)	<b>ENTERO</b>	$\frac{-6}{3} = -2$ ; $\frac{+12}{-3} = -4$ ; $\frac{25}{5} = 5$ ;....
<b>SÓLO TIENE COMO FACTORES PRIMOS AL 2 O AL 5</b>	<b>DECIMAL EXACTO</b>	$\frac{3}{5} = 0,6$ ; $\frac{7}{2} = 3,5$ ; $\frac{9}{8} = 1,125$
<b>NO TIENE COMO FACTORES PRIMOS NI AL 2 NI AL 5</b>	<b>DECIMAL PERIÓDICO PURO</b>	$\frac{7}{3} = 2,333...$ ; $\frac{4}{7} = 0,5714285714...$
<b>TIENE COMO FACTORES PRIMOS AL 2 O AL 5 Y A OTROS</b>	<b>DECIMAL PERIÓDICO MIXTO</b>	$\frac{7}{6} = 1,166...$ ; $\frac{5}{6} = 0,8333..$

2./ Halla la expresión equivalente de cada fracción y clasifícala:

$$\frac{3}{5}; \frac{9}{10}; \frac{5}{8}; \frac{3}{4}; \frac{7}{6}; \frac{9}{-3}; \frac{1}{3}; \frac{34}{64}; \frac{21}{25}; \frac{-4}{2}; \frac{45}{90}$$

$\frac{3}{5} = 0,6$	$\frac{9}{10} = 0,9$	$\frac{5}{8} = 0,625$	$\frac{3}{4} = 0,75$	$\frac{7}{6} = 1,166...$	$\frac{9}{-3} = -3$
<b>Decimal exacta</b>	<b>Decimal exacta</b>	<b>Decimal exacta</b>	<b>Decimal exacta</b>	<b>Decimal periódica mixta</b>	<b>Entera</b>
$\frac{1}{3} = 0,333$	$\frac{34}{64} = \frac{17}{32} = 0,53125$	$\frac{21}{25} = 0,84$	$\frac{-4}{2} = -2$	$\frac{45}{90} = \frac{1}{2} = 0,5$	
<b>Decimal periódica pura</b>	<b>Decimal exacta</b>	<b>Decimal exacta</b>	<b>Entera</b>	<b>Decimal exacta</b>	

3./ Comprueba con tres ejemplos para cada caso

<i>Si el denominador de la fracción irreducible ...</i>	<i>Su expresión será ...</i>	
es divisor del numerador	Entera	$\frac{-4}{2} = -2$ ; $\frac{9}{3} = 3$ ; $\frac{15}{-5} = -3$
sólo contiene como factores primos al 2 ó 5	Decimal exacta	$\frac{4}{5} = 0,8$ ; $\frac{9}{8} = 1,125$ ; $\frac{7}{25} = 0,28$
no contiene ni al 2 ni al 5	Decimal periódica pura	$\frac{4}{3} = 1,33...$ ; $\frac{1}{7} = 0,14285714..$ ; $\frac{7}{9} = 0,77...$
contiene otros factores primos además del 2 ó 5	Decimal periódica mixta	$\frac{5}{6} = 0,833..$ ; $\frac{7}{18} = 0,388..$ ; $\frac{4}{15} = 0,266..$

4./ Convierte en irreducibles las fracciones siguientes, siempre que sea posible, luego clasifícalas teniendo en cuenta cómo es el denominador y, por último, halla su expresión decimal

$$\frac{5}{35}; \frac{3}{25}; \frac{4}{9}; \frac{8}{11}; \frac{7}{18}; \frac{4}{30}; \frac{24}{15}; \frac{21}{70}; \frac{25}{35}$$

$\frac{5}{35} = \frac{1}{7}$	<b>Decimal periódica pura</b>	<b>0,1428571428...</b>
$\frac{3}{35}$	<b>Decimal periódica mixta</b>	<b>0,0857142857142857142....</b>
$\frac{4}{9}$	<b>Decimal periódica pura</b>	<b>0,44444...</b>
$\frac{8}{11}$	<b>Decimal periódica pura</b>	<b>0,7272...</b>
$\frac{7}{18}$	<b>Decimal periódica mixta</b>	<b>0,38888..</b>
$\frac{4}{30} = \frac{2}{15}$	<b>Decimal periódica mixta</b>	<b>0,133333..</b>

$\frac{24}{15} = \frac{8}{5}$	Decimal periódica mixta	0,5333...
$\frac{21}{70} = \frac{3}{10}$	Decimal exacto	0,3
$\frac{25}{35} = \frac{5}{7}$	Decimal periódico puro	0,714285714285...

5./ Calcula la fracción generatriz de:

a)  $0,3 =$  ; b)  $1,3 =$  ; c)  $13,\overline{41} =$  ; d)  $0,\overline{4} =$  ; e)  $15,\overline{2341} =$  ; f)  $5,\overline{1734}$

$0,3 = \frac{3}{10}$	$1,3 = \frac{13}{10}$	$13,\overline{41} = \frac{1341 - 13}{99} = \frac{1328}{99}$	$0,\overline{4} = \frac{4}{9}$	$15,\overline{2341} = \frac{152341 - 1523}{9900} = \frac{150818}{9900}$
$5,\overline{1734} = \frac{51734 - 51}{9990} = \frac{51683}{9990}$				

6./ Efectúa las siguientes operaciones:

a)  $3,\overline{25} - 0,\overline{34} =$

b)  $(0,2 + 0,\overline{25}) : 0,\overline{3} =$

c)  $2,5 - 1,\overline{3} =$

d)  $\frac{1,\overline{3} : 0,6 - \frac{1}{2}}{1,1\overline{6} \cdot \frac{9}{5}} =$

a)  $3,\overline{25} - 0,\overline{34} = \frac{325 - 3}{99} - \frac{34}{99} = \frac{3222 - 34}{99} = \frac{288}{99} = \frac{32}{11} = 2\frac{10}{11}$

b)  $(0,2 + 0,\overline{25}) : 0,\overline{3} = \left(\frac{2}{10} + \frac{25}{99}\right) : \frac{3}{9} = \left(\frac{198 + 250}{990}\right) = \frac{448}{990} = \frac{224}{495}$

c)  $2,5 - 1,\overline{3} = \frac{25}{10} - \frac{13 - 1}{9} = \frac{25}{10} - \frac{12}{9} = \frac{5}{2} - \frac{4}{3} = \frac{15 - 8}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$

d)  $\frac{1,\overline{3} : 0,6 - \frac{1}{2}}{1,1\overline{6} \cdot \frac{9}{5}} = \frac{\frac{13 - 1}{9} : \frac{6}{10} - \frac{6}{10}}{\frac{116 - 11}{90} \cdot \frac{5}{9}} = \frac{\frac{12}{9} : \frac{6}{10} - \frac{6}{10}}{\frac{105}{90} \cdot \frac{5}{9}} = \frac{\frac{4}{3} : \frac{3}{5} - \frac{3}{5}}{\frac{21}{18} \cdot \frac{5}{9}} = \frac{\frac{20}{9} - \frac{3}{5}}{\frac{105}{162}} = \frac{\frac{20 \cdot 162 - 3 \cdot 162}{9 \cdot 162}}{\frac{105}{162}} = \frac{4 \cdot 18}{21} = \frac{4 \cdot 6}{7} = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}$

## PROBLEMAS CON NÚMEROS DECIMALES

1.- Si el grosor de las 350 páginas de un libro es de 1,92 cm ¿cuál es el grosor de cada de sus páginas?

**Solución:  $1,92 : 350 = 0,0054$  cm**

2.- Una molécula de agua pesa  $\frac{9}{301} \cdot 10^{-21}$  gramos.

a) ¿Cuánto pesan  $10^{21}$  millones de moléculas de agua? ¿y 10 billones de moléculas?

$$a) \frac{9}{301} \cdot 10^{-21} \cdot 10^{21} = \frac{9}{301} \cdot 10^0 = \frac{9}{301} \cdot 1 = 0,0299 \text{ gr} = 299 \cdot 10^{-4} \text{ gr.}$$

$$\frac{9}{301} \cdot 10^{-21} \cdot 10^{13} = 0,0299 \cdot 10^{-8} = 299 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-8} = 299 \cdot 10^{-12}$$

b) ¿Cuántos millones de moléculas hay en 1 gramo de agua

$$1 : \left( \frac{9}{301} \cdot 10^{-21} \right) = 1 : \frac{9}{301 \cdot 10^{21}} = \frac{301 \cdot 10^{21}}{9} = 33,44 \cdot 10^{21} = 3344 \cdot 10^{19}$$

3.- Si al comprar un libro que tiene un precio de 12 euros me hacen un descuento del 5%, ¿cuánto me costará dicho libro?

$$5\% = \frac{5}{100}$$

$$\frac{5}{100} (12) = \frac{60}{100} = 0,60 \text{ € me descuentan}$$

$$12 - 0,60 = 1,4 \text{ € cuesta el libro}$$

4.-Celia ha comprado un disco con una rebaja del 15%. Entrega un billete de 20 euros y le devuelven 7,59 euros. ¿Cuál era el precio del disco?

**$20 - 7,59 = 12,41 \text{ €}$  ha pagado con el descuento**

**Si le descuentan el 15 % paga el 85 %**

**El 85 % del precio real del disco son 12,41 €**

$$\frac{85}{100} (\text{precio del disco}) = 12,41$$

$$\text{precio del disco} = 12,41 : 85 \cdot 100 = 14,6 \text{ €}$$

5.-El padre de Andrés sale de su casa con 90,5 euros. Gasta 29,7 euros en el mercado y con el 20% del resto compra un libro y da la octava parte de lo que le queda a la Cruz Roja. ¿Con cuánto dinero vuelve a casa?

**$90 - 29,7 = 60,3 \text{ €}$  le quedan**

$$\frac{20}{100} (60,3) = 12,06 \text{ € gasta en el libro}$$

**$60,3 - 12,06 = 48,24 \text{ €}$  le quedan**

$$\frac{1}{8} (48,24) = 6,03 \text{ € da a la Cruz Roja}$$

**$48,24 - 6,03 = 42,21 \text{ €}$  le quedan**

6.-A Silvia le han puesto una multa de tráfico. Por retrasarse en el pago tiene un recargo del 12%. Si ha tenido que pagar 336,56 euros, ¿cuál era el importe de la multa?

**Si le han puesto un recargo del 12 % ha tenido que pagar toda la multa (100%) más el recargo (12%) o sea el 120 %**

**El 120 % del precio de la multa son 336,56 €, entonces para calcular el precio de la multa sin recargo hacemos:**

$$336,56 : 120 \cdot 100 = 280,46 \text{ €}$$

7.-Juan camina dando pasos de 0,35 metros y su padre lo hace con pasos de 0,68 metros. ¿Cuántos pasos deben dar para estar separados por una distancia de 41,25 metros?

$$0,68 \text{ m} - 0,35 \text{ m} = 0,33 \text{ m}$$

$$41,25 : 0,33 = 125 \text{ pasos}$$

8.-En una almazara hay 12 tinajas de 240,5 litros cada una, llenas de aceite. Si se quiere envasar su contenido en botellas de 0,75 litros, ¿cuántas botellas serán necesarias?

$$12 \cdot 240,5 = 2.886 \text{ litros de aceite hay en total}$$

$$2.886 : 0,75 = 3.848 \text{ botellas}$$

9.-Una señora fue al mercado con 8,61 euros. Las manzanas valen 0,84 euros el kilogramos y las naranjas están a 0,63 euros. Si ha comprado 7 kilogramos de naranjas, ¿cuántos kilogramos de manzanas podrá comprar?

$$0,63 \cdot 7 = 4,41 \text{ € gasta en las naranjas}$$

$$8,61 - 4,41 = 4,2 \text{ € le quedan}$$

$$4,2 : 0,84 = 5 \text{ kg de manzanas podrá comprar}$$