

# ÁLGEBRA

**ÁLGEBRA: Parte de la Matemática que estudia las expresiones algebraicas**

## EL LENGUAJE ALGEBRAICO

El lenguaje algebraico traduce enunciados del lenguaje común a expresiones matemáticas usando números, letras (variables) y signos de operación. Permite generalizar operaciones aritméticas, donde un número desconocido se representa comúnmente con letras como x, y, z, a, b, ...

Lenguaje ordinario	Expresión algebraica
Un número cualquiera	$x$
El doble de un número	$2x$
La mitad de un número	$x/2$
La suma de dos números distintos	$a + y$
El producto de tres números	$a \cdot b \cdot c$
El triple de un número menos otro	$3x - y$
El cuadrado de un número	$x^2$
El cubo de un número	$x^3$
La semisuma de dos números	$\frac{a + b}{2}$
El cociente de dos números	$a/b$
Un número aumentado en cinco	$x + 5$
El cuadrado de la suma de dos números	$(x + y)^2$
La suma de los cuadrados de dos números	$x^2 + y^2$
El doble de un número disminuido en 8	$2x - 8$
La quinta parte de un número elevado a la cuarta potencia	$\left[\frac{x}{5}\right]^4$
El cubo de un número menos su triple	$x^3 - 3x$
El cuadrado de la diferencia de dos números	$(x - y)^2$
Tres números naturales consecutivos	$n ; n + 1 ; n + 2$
Un número par	$2x$
El producto de dos números pares consecutivos	$2x (2x + 2)$
Un número impar	$2x + 1$
El cociente de un número impar entre su consecutivo	$\frac{2x + 1}{2x + 3}$
La tercera parte de un número más su mitad	$\frac{x}{3} + \frac{x}{2}$
Un número más su quinta parte es seis	$x + x/5 = 6$
La diferencia de dos números es el doble de otro	$x - y = 2z$
La mitad de la tercera parte de un número par	$\left[\frac{2x}{3}\right] : 2$
Un número es mayor que otro	$x > y$
Un número es menor o igual que el doble de otro	$x \leq 2y$
La séptima parte de un número es doce	$x/7 = 12$
El cubo de un número menos la mitad del cuadrado de otro	$x^3 - y^2/2$
La diferencia de dos números es 4	$x - y = 4$
Un número aumentado en diez, al cuadrado	$(x + 10)^2$
Un número al cuadrado aumentado en diez	$x^2 + 10$
El doble de la edad de A es el triple de la edad de B	$2A = 3B$
Un número anterior a otro	$x - 1$
El triple del antecesor de un número	$3(x - 1)$
El perímetro de un triángulo equilátero de lado x	$3x$

El quíntuplo de la edad que tendré en seis años	$(x + 6) \cdot 5$
Un número aumentado en su cuarta parte	$x + x/4$
La suma de dos números por su semisuma	$(x + y) \cdot \frac{x+y}{2}$
El cuádruple del cubo de la suma de dos números	$(x + y)^3 \cdot 4$
Dos números se diferencian en trece unidades	$x - y = 13$
Pedro es cinco años más joven que Juan	$P(x) + 5 = J(y)$
El triple del cuadrado de lo que tengo es mayor que el doble del cubo de lo que tú tienes	$3x^2 > 2y^3$
La suma de dos números consecutivos es siete	$x + (x+1) = 7$
El doble de la suma de dos pares consecutivos equivale a su producto	$2(2x + 2x + 2) = (2x)(2x+2)$
El área de un pentágono de apotema "a" y lado "l"	$s = \frac{(l \cdot 5) \cdot a}{2}$
El triple de un número menos su mitad es menor o igual que dos	$3x - x/2 \leq 2$
El área de un triángulo de base "b" y altura "h"	$a = (b \cdot h)/2$
El precio de un artículo más el 16% del precio	$x + \frac{16}{100} x$

**EXPRESIONES ALGEBRAICAS:** Conjunto de números y letras relacionados por los signos de las operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación)

$$\text{Ej: } x^4 - \frac{3}{5}x^2 + 3x - 7$$

**CLASES:**

**ENTERA:** no tiene denominador literal ni exponentes negativos que afecten a sus letras.

$$\text{Ej: } 4a^2 - 5bx$$

$$\frac{3}{5}ab^2 - c\sqrt{7}$$

**FRACCIONARIA:** tiene el denominador literal o exponentes negativos que afecten a sus letras

$$\text{Ej.: } \frac{x^3 - 27}{x - 3} ; \frac{2a}{5x + 3} ; \frac{a^3 + bc}{c^2 + d} ; 5xa^{-2}$$

**RACIONAL:** no tiene letras bajo el signo radical, ni exponentes fraccionarios que afecten a las letras

$$\text{Ej: } 4a^3 - \sqrt{7} ; 6ab^2 - a\sqrt{3}$$

**IRRACIONAL:** tiene letras bajo el signo radical o exponentes fraccionarios que afectan a las letras

$$\text{Ej.: } 4a - \sqrt{8a^2 - 5b^2} ; 5x^2 - \sqrt{x^2 + 9} ; a^{\frac{3}{4}}$$

**TÉRMINO:** Expresión algebraica separada de otra por los signos (+) ó (-)

$$\text{Ej: } 6a^4 \quad (\text{expresión algebraica de un solo término o monomio})$$

$$3a^2 - 7 \quad (\text{expresión algebraica de dos términos o binomio})$$

$$3x^2 - 4x + 3 \quad (\text{expresión algebraica de tres términos o trinomio})$$

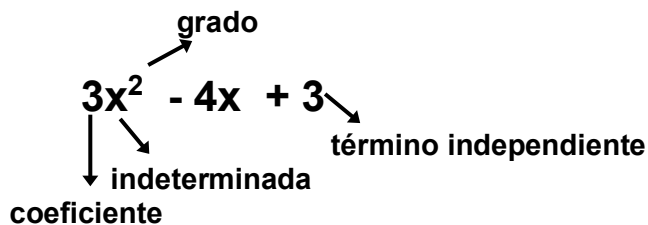
En general cuando una expresión algebraica tiene varios términos se llama polinomio

Los números que acompañan a las letras se llaman **coeficientes**

Las letras se llaman **indeterminadas o variables**

La suma de los exponentes de sus letras se llama **grado**

El número que no tiene letra se llama **término independiente**



**TERMINOS SEMEJANTES:** Son los que tienen la misma parte literal, es decir las mismas indeterminadas o variables

**VALOR NUMÉRICO DE UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA:** Es el resultado de reemplazar cada letra por un valor previamente asignado y efectuar las operaciones indicadas

$$\text{Ej.: } \frac{3a(a^2 - b^2)}{5a - 4} \quad a = 5 \quad b = 2 \Rightarrow \frac{3 \cdot 5(5^2 - 2^2)}{5 \cdot 5 - 4} = \frac{15 \cdot 21}{21} = 15$$

$$5a^4 b^3 c \quad a = 2, b = 3, c = 4 \Rightarrow 5 \cdot 2^4 \cdot 3^3 \cdot 4 = 8.640$$

**EXPRESIONES ALGEBRAICAS EQUIVALENTES:** Son aquellas que adquieren igual valor numérico al dar a sus letras el mismo valor

$$\text{Ej.: } 3x + 4ax - 5bx = (3 + 4a - 5b)x$$

$$x(7 - 3a) = 7x - 3ax$$

### IGUALDADES, IDENTIDADES Y ECUACIONES

- **IGUALDAD:** Conjunto de dos expresiones numéricas o algebraicas relacionadas por el signo igual (=)

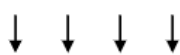
$$\text{Ej.: } 4x + 5 = x - 14$$

La expresión situada a la izquierda del signo = se llama **primer miembro**

La expresión situada a la derecha del signo = se llama **segundo miembro**

Los números o letras separados por los signos + ó - se llaman **términos**

$$4x + 5 = x - 14$$



términos

$$\frac{4x + 5}{\quad} = \frac{x - 14}{\quad}$$



primer miembro

segundo miembro

### PROPIEDADES DE LAS IGUALDADES:

- \* Si sumamos o restamos a ambos miembros de una igualdad una misma expresión obtenemos otra igualdad

$$5x + 3x = 8x \Rightarrow (5x + 3x) + (6x) = 8x + 6x \Rightarrow 14x = 14x$$

$$7x - 3x = 4x \Rightarrow (7x - 3x) - 2x = 4x - 2x \Rightarrow 2x = 2x$$

- \* Si multiplicamos o dividimos a ambos miembros de una igualdad por una misma expresión, distinta de cero, obtenemos otra igualdad

$$5x + 2x + 3 = 7x + 3 \Rightarrow (5x + 2x + 3)(2) = (7x + 3)(2) = 14x + 6$$

$$12xx + 6y - 4 = 2(6x + 3y - 2) \Rightarrow \frac{12x + 6y - 4}{2} = \frac{2(6x + 3y - 2)}{2} \Rightarrow 6x + 3y - 2 = 6x + 3y - 2$$

## TIPOS DE IGUALDADES

**IDENTIDAD:** Es una igualdad algebraica que se cumple siempre para cualquier valor que demos a sus letras (variables)

$$\text{Ej.: } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$a(x + y) = ax + ay$$

**ECUACIÓN:** Es una igualdad algebraica que se cumple sólo para determinados valores de sus letras llamadas incógnitas

$$\text{Ej.: } 3x + 4 = 10 \quad (\text{sólo se cumple si } x = 2)$$

Resolver una ecuación es hallar el valor de la incógnita que hace que se cumpla la igualdad

La solución o raíz es el valor que debe tomar la incógnita para que se cumpla la igualdad

**MONOMIO:** Expresión algebraica de un solo término. Ej.:  $3x^2y^3z^4$

**GRADO DE UN MONOMIO:** Es la suma de los exponentes de sus letras.

El monomio  $3x^2y^3z^4$  es de noveno grado

**MONOMIOS SEMEJANTES:** Son los que tienen la misma parte literal

$$\text{Ej.: } 13a^2b^3x ; -5a^2b^3x ; \frac{3}{7}a^2b^3x \quad \text{son semejantes}$$

**BINOMIO:** Expresión algebraica de dos términos.

$$\text{Ej.: } 3x^3 - 2x$$

**TRINOMIO:** Expresión algebraica de tres términos

$$\text{Ej.: } 5x^2 - x + 7$$

**POLINOMIO:** Suma algebraica de varios monomios. Cada uno de los monomios se llama término del polinomio

$$\text{Ej.: } 2x - 5x^4 + 4x^2$$

$$3x^5y^4 - 7x^3y^2 - 9xy^6$$

**GRADO DE UN POLINOMIO:** Es el mayor exponente al que está elevada la variable en un polinomio de una sola variable. Si tiene múltiples variables, es el grado del monomio con el mayor exponente total (suma de exponentes de variables)

$$\text{Ej.: } 2x - 5x^4 + 4x^2 \quad \text{es de cuarto grado}$$

$$3x^5y^4 - 7x^3y^2 - 9xy^6 \quad \text{es de noveno grado}$$

**POLINOMIOS HOMOGÉNEOS:** Son aquellos cuyos términos son todos de igual grado.

$$\text{Ej.: } 7x + 5y - 3 \quad \text{polinomio homogéneo}$$

$$-\frac{2}{5}zx^3 - 9x^3y^2 + 5 \quad \text{polinomio heterogéneo}$$

**POLINOMIO ORDENADO:** Es aquel cuyos términos se colocan en orden creciente o decreciente de sus grados respecto de una indeterminada llamada ordenatriz

$$\text{Ej.: } 3a^5b^2 + 4a^4b^6c + 4a^3b + 2a^2b^3 + 5a - 4b \quad \text{es decreciente en } a$$

$$-5 + 3x + 4x^2 - 8x^3 \quad \text{es creciente en } x$$

**POLINOMIO COMPLETO:** Es el que tiene un término de cada grado desde el mayor hasta el grado cero, que corresponde al término independiente

$$\text{Ej.: } 5x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 7$$

Si falta algún grado es incompleto

### Aplicación práctica: Calcular el valor numérico de un polinomio.

1. Calcular el valor numérico de  $P(x) = 5x^3 + 8x^2 - 3x + 4$  para  $x = 3$ .

$$\begin{aligned} P(3) &= 5 \cdot (3)^3 + 8 \cdot (3)^2 - 3 \cdot (3) + 4 = 5 \cdot 27 + 8 \cdot 9 - 3 \cdot 3 + 4 = \\ &= 135 + 72 - 9 + 4 = 202; \quad \boxed{P(3) = 202} \end{aligned}$$

2. Calcular el valor numérico de  $P(x) = -\frac{1}{2}x^5 + \frac{3}{4}x^2 + 4x - 2$  para  $x = -1$ .

$$\begin{aligned} P(-1) &= \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-1)^5 + \frac{3}{4} \cdot (-1)^2 + 4 \cdot (-1) - 2 = \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-1) + \frac{3}{4} \cdot 1 + 4 \cdot (-1) - 2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - 4 - 2 = \\ &= \frac{5}{4} - 6 = -\frac{19}{4}; \quad \boxed{P(-1) = -\frac{19}{4}} \end{aligned}$$

3. Calcular  $P\left(\frac{1}{2}\right)$  siendo  $P(x) = 3x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x + 1$ .

$$\begin{aligned} P\left(\frac{1}{2}\right) &= 3\left(\frac{1}{2}\right)^4 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right) + 1 = \\ &= 3 \cdot \frac{1}{16} - 4 \cdot \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \\ &= \frac{3}{16} - \frac{4}{8} + \frac{2}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{11}{16}; \quad \boxed{P\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{11}{16}} \end{aligned}$$

## ACTIVIDADES DE REFUERZO: ÁLGEBRA

1./ Clasifica las siguientes expresiones algebraicas

$$5a^2 \quad -4a^3b \quad \frac{2a}{3} \quad -\frac{5b^2}{6} \quad \sqrt{a} \quad -\sqrt[3]{5b^2} \quad \frac{\sqrt{a}}{6} \quad -\frac{4a^2b^3}{\sqrt{6a}}$$

<b><math>5a^2</math> = entera, racional</b>	<b><math>-4a^3b</math> = entera, racional</b>	<b><math>\frac{2a}{3}</math> = entera, racional</b>	<b><math>-\frac{5b^2}{6}</math> = entera, racional</b>
<b><math>\sqrt{a}</math> = entera, irracional</b>	<b><math>-\sqrt[3]{5b^2}</math> = entera, irracional</b>	<b><math>\frac{\sqrt{a}}{6}</math> = entera, irracional</b>	<b><math>-\frac{4a^2b^3}{\sqrt{6a}}</math> = fraccionaria, irracional</b>
<b><math>a^{-3}b^{\frac{3}{4}}</math> = fraccionaria, irracional</b>			

2.- Indica el grado de los siguientes términos

$-4a^3b^2$  = de quinto grado

$-6ab^3$  = de cuarto grado

$-x^5$  = de quinto grado

$6a^4$  = de cuarto grado

$4ab^3cx^2$  = de séptimo grado

3.- Clasifica las siguientes expresiones algebraicas indicando su grado

**$5a^2 - 4a^3b$  = entera racional, de cuarto grado**

**$\frac{2a}{3} - 4a^3b^2 + \sqrt{a}$  = entera, irracional, de quinto grado**

**$4ab^3c^3x^2$  = entera, racional, de noveno grado**

**$6a^4 + 3a^3b + 4a^2b - 5ab^2c^3$  = entera, racional de sexto grado**

4.- Expresa en lenguaje algebraico las siguientes expresiones del lenguaje ordinario

Expresión escrita	Expresión algebraica
El triple de un número	<b><math>3x</math></b>
El doble de un número	<b><math>2x</math></b>
La suma de dos números es 9	<b><math>x + y = 9</math></b>
Un número que equivale al triple de otro	<b><math>x = 3y</math></b>
El doble del dinero que tengo más 20 € son 100 €	<b><math>2x + 20 = 100</math></b>
La quinta parte de los alumnos de mi clase son 7	<b><math>\frac{x}{5} = 7</math></b>
Mi edad y la de mi padre, que es triple de la mía, suman 52 años	<b><math>x + 3x = 52</math></b>
La suma del doble de un número y 7 unidades	<b><math>2x + 7</math></b>
El doble de la suma de dos números	<b><math>2(x + y)</math></b>
La mitad de un número menos la cuarta parte de otro	<b><math>\frac{x}{2} - \frac{y}{4}</math></b>
El triple de la cuarta parte de la suma de dos números	<b><math>3\left(\frac{x + y}{4}\right)</math></b>
La suma de los cuadrados de dos números	<b><math>x^2 + y^2</math></b>
El cuadrado de la suma de dos números	<b><math>(x + y)^2</math></b>
El quíntuplo del cuadrado de un número	<b><math>5x^2</math></b>
El quíntuplo de un número al cuadrado	<b><math>5x^2</math></b>
La diferencia de un número y su cuadrado	<b><math>x - x^2</math></b>
La suma de los cubos de dos números	<b><math>x^3 + y^3</math></b>
La suma de su edad más 20 años	<b><math>x + 20</math></b>
La mitad de su edad menos 3 años	<b><math>\frac{x}{2} - 3</math></b>
La edad que tendrá dentro de 5 años	<b><math>x + 5</math></b>

La edad que tenía hace 7 años	$x - 7$
El doble de la edad de una persona son 28 años	$2x = 28$
La suma de un número y su cuadrado es 12	$x + x^2 = 12$
El área de un rectángulo cuya altura mide el doble de la base	$x \cdot 2x$
El triple de mi dinero más 10 € son 42 E	$3x + 10 = 42$
Si a la mitad de un número se le resta 4, queda 5	$\frac{x}{2} - 4 = 5$
El cuadrado de un número mas el doble de dicho número	$x^2 + 2x$
Dos números naturales consecutivos	$x + x + 1$
Dos números pares consecutivos	$x ; x + 2$
Un número par	$2x$
La suma de dos números pares consecutivos	$x + x + 2$
El área de un triángulo de base b y altura h	$b \cdot h$
Un número impar.-	$2x + 1$
El cubo de la suma de dos números	$(x + y)^3$

**5.-Carmen tiene x años de edad. Escribe la expresión algebraica que corresponda**

Su abuelo tiene el séxtuplo de la edad de Carmen	$6x$
Su abuela tiene 5 años menos que su abuelo	$6x - 5$
El padre tiene el triple de la edad de Carmen más 4 años	$3x + 4$
La madre tiene el triple de la edad de Carmen menos 1 año	$3x - 1$
Su hermano Ramón tiene 3 años menos que Carmen	$x - 3$
El hermano menor tiene la mitad de la edad de Ramón	$\frac{x - 3}{2}$

**6.- Expresa en lenguaje algebraico**

En un cesto tengo X manzanas y en otro Y manzanas	
Sacar 5 manzanas del primero y 4 del segundo	$x - 5 ; y - 4$
Añadir 8 manzanas al primero y sacar 3 del segundo	$x + 8 ; y - 3$
Sacar 7 manzanas del primero y añadir las al segundo	$x - 7 ; y + 7$
Añadir X manzanas a los dos cestos	$x + x ; y + x$

**7./ Halla el valor numérico del polinomio:  $6x^5 + 3x^3 - 7x^2 + 4$   $x = -2$**

$$6 \cdot (-2)^5 + 3 \cdot (-2)^3 - 7 \cdot (-2)^2 + 4 =$$

$$6 \cdot (-32) + 3 \cdot (-8) - 7 \cdot (+4) + 4 =$$

$$-192 - 24 - 28 + 4 =$$

$$-244 + 4 = -240$$

**8./ Calcula el valor numérico de la expresión algebraica  $a + 5b^2 - 2c$  cuando:**

a)  $a = 1 ; b = 1 ; c = 1$

$$1 + 5 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 =$$

$$1 + 5 - 2 = 4$$

b)  $a = 2 ; b = -1 ; c = 0$

$$2 + 5 \cdot (-1)^2 - 2 \cdot 0 =$$

$$2 + 5 - 0 = 7$$

c)  $a = 6 ; b = -1 ; c = -2$

$$6 + 5 \cdot (-1)^2 - 2 \cdot (-2) =$$

$$6 + 5 + 4 = 15$$

**9./ Calcula el valor numérico de:**

a)  $12a^3b^2c^3$       b)  $14a^2b^3c^2$

si  $a = -3 ; b = 2 ; c = 1$

b)  $12a^3b^2c^3$

$$12 \cdot (-3)^3 \cdot 2^2 \cdot 1^3 =$$

$$12 \cdot (-27) \cdot 4 = -1296$$

$$c) 14 a^2 b^3 c^2$$

$$14 \cdot (-3)^2 \cdot 2^3 \cdot 1^2 =$$

$$14 \cdot 9 \cdot 8 = 1008$$

10./ Indica el nombre y el grado de las siguientes expresiones algebraicas

- a)  $x - 1$  binomio de primer grado  
 b)  $a^5 y p^2$  monomio de octavo grado  
 c)  $a^2 + 2ab + b^2$  trinomio de cuarto grado  
 d)  $x^3 - y^3$  binomio de tercer grado  
 e)  $a^4 + 7z$  binomio de quinto grado  
 f)  $5 - xy^2 + xb - x^5$  polinomio de octavo grado

11.- Indica el grado de los siguientes términos

- $4a^3 b^2 =$  de quinto grado  
 -  $6ab^3 =$  de cuarto grado  
 -  $x^5 =$  de quinto grado  
 $6a^4 =$  de cuarto grado  
 $4ab^3 cx^2 =$  de séptimo grado

12.- Halla el valor numérico del polinomio:

$$6x^5 + 3x^3 - 7x^2 + 4 \quad x = -2$$

$$6(-2)^5 + 3(-2)^3 - 7(-2)^2 + 4 = 6(-32) + 3(-8) - 7(+4) + 4 = -192 - 24 - 28 + 4 = -244 + 4 = 240$$

13./ Comprueba si las siguientes expresiones algebraicas son equivalentes:

$$(a + b)(a - b) \quad y \quad a^2 - b^2$$

$$a(b + c) \quad y \quad a \cdot b + a \cdot c$$

Sí son equivalentes porque para cualquier valor que demos a sus letras obtenemos el mismo resultado.

13.- Clasifica las siguientes igualdades en identidades o ecuaciones

(Recuerda: Las identidades son igualdades que se cumplen para cualquier valor que demos a sus variables, mientras que en las ecuaciones solo se cumple la igualdad para determinados valores de sus variables)

IGUALDAD	IDENTIDAD	ECUACIÓN
$5x - 4x + 1 = x + 1$	<b>X</b>	
$5x - 4x + 1 = 1 - x$		<b>X</b>
$2(x + 4) + 3x = 5x + 8$	<b>X</b>	
$2(x + 5) - 3x = x + 10$		<b>X</b>
$x + 8 = 2x + 16$		<b>X</b>
$2(x + 2y) = 2x + 4y$	<b>X</b>	
$x^2 \cdot x^3 = x^5$	<b>X</b>	
$2x + 1 = 11$		<b>X</b>
$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$	<b>X</b>	
$(m + n)^2 = m^2 + 2m \cdot n + n^2$	<b>X</b>	
$(m - n)^2 = m^2 - 2m \cdot n + n^2$	<b>X</b>	
$\frac{2x + 4y}{2} = x + 2y$	<b>X</b>	
$\frac{15m + 6n}{3} = 5m + 2n$	<b>X</b>	

14.- Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores de x que se indican

Valores de x	$(x-1)(x+1)$	$3x - 2$	$2x^3 - 6x^2 - 4x + 1$
- 1	$(-1-1)(-1+1) = -2 \cdot 0 = 0$	$3(-1) - 2 = -3 - 2 = -5$	$2 \cdot (-1)^3 - 6 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 1 = 2 \cdot (-1) - 6 \cdot 1 + 4 + 1 = -2 - 6 + 4 + 1 = -3$
1	$(1-1)(1+1) = 0 \cdot 2 = 0$	$3 \cdot 1 - 2 = 3 - 2 = 1$	$2 \cdot 1^3 - 6 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 1 = 2 - 6 - 4 + 1 = -7$
2	$(2-1)(2+1) = 1 \cdot 3 = 3$	$3 \cdot 2 - 2 = 6 - 2 = 4$	$2 \cdot 2^3 - 6 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 1 = 16 - 24 - 8 + 1 = -15$
-2	$(-2-1)(-2+1) = -3 \cdot (-1) = 3$	$3 \cdot (-2) - 2 = -6 - 2 = -8$	$2 \cdot (-2)^3 - 6 \cdot (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 1 = 2 \cdot (-8) - 6 \cdot 4 + 8 + 1 = -16 - 24 + 8 + 1 = -31$
3	$(3-1)(3+1) = 2 \cdot 4 = 8$	$3 \cdot 3 - 2 = 9 - 2 = 7$	$2 \cdot 3^3 - 6 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 + 1 = 54 - 54 - 12 + 1 = -11$

15.- De los siguientes términos agrupa los que sean homogéneos

$-4a^3b^2$ ;  $-x^5$ ;  $6x^4$ ;  $4abcx^2$ ;  $-2ac^2$ ;  $6ab^3$ ;  $6x^4y$ ;  $6a^4$ ;  $3a^3b$ ;  $4a^2b$ ;  $-5ab^2c^3$ ;  $\frac{2}{3}b^6$

Son homogéneos :  $-4a^3b^2$ ;  $-x^5$ ;  $4abcx^2$ ;  $-2ac^2$ ;  $4a^2b$

$6x^4$ ;  $6ab^3$ ;  $6a^4$ ;  $3a^3b$

$-5ab^2c^3$ ;  $\frac{2}{3}b^6$

16.- De los siguientes términos agrupa los que sean semejantes

$7a$ ;  $-2x^3$ ;  $3x^2y^3$ ;  $\frac{1}{5}xy$ ;  $9b$ ;  $6a$ ;  $-4b$ ;  $5x$ ;  $-11y$ ;  $20x$ ;  $y$ ;  $4x^3$ ;  $-2xy$ ;  $-2a^3$ ;  $-\frac{2}{3}x^2y^3$

Son semejantes:  $7a$ ;  $6a$

$-2x^3$ ;  $4x^3$

$3x^2y^3$ ;  $-\frac{2}{3}x^2y^3$

$-11y$ ;  $y$

$\frac{1}{5}xy$ ;  $-2xy$

$9b$ ;  $-4b$

$5x$ ;  $20x$

17.- Reduce términos semejantes en los siguientes polinomios

$7a - 9b + 6a - 4b = 13a - 13b$

$a + b - c - b - c + 2c - a = c$

$5x - 11y - 9 + 20x - 1 - y = 25x - 12y - 10$

$-6m + 8n + 5 - m - n - 6m - 11 = -13m + 7n - 6$

$-a + b + 2b - 2c + 3a + 2c - 3b = 2a$

$-81x + 19y - 30z + 6y + 80x + x - 25y = -30z$

$15a^2 - 6ab - 8a^2 + 20 - 5ab - 31 + a^2 - ab = 8a^2 - 12ab - 11$

18.- De los siguientes polinomios escoge dos que sean homogéneos

a)  $3a^2b + 4a^3 - 5b^3$

d)  $4a - 5b + 6c^2 - 8a^3 - 6$

b)  $a^4 - a^3b + a^2b^2 + ab^3$

e)  $y^5 - ay^4 + a^2y^3 - a^3y^2 - a^4y + y^5$

c)  $x^5 - bx^4 + abx^3 + ab^3x^2$

f)  $-6a^3b^4 - 5a^6b + 8a^2b^5 - b^7$

Homogéneos son los polinomios a) y e)

19.- De los siguientes polinomios indica los que son completos

a)  $a^4 - a^2 + a - a^3$

d)  $m^5 - m^4 + m^3 - m + 5$

b)  $5x^4 - 8x^2 + x - 6$

e)  $y^5 - by^4 + b^2y^3 - b^3y^2 + b^4y$

c)  $x^4y - x^3y^2 + x^2x^3 - y^4$

Son completos: el a) y el e)

20.- Escribe dos polinomios homogéneos, uno de tercer grado y otro de quinto grado

Polinomio homogéneo de tercer grado:  $ax^2 - b^2y - 2cxz$

Polinomio homogéneo de quinto grado:  $6z^5 + 2x^3y^2 - 3xyz^3$

21.- Escribe dos polinomios completos:

$5a^4 - a^3 + 4a^2 - a + 3$

$3x^3y - 8x^2y^2 + 5x + 5xy^3 - 9$

22.- Ordenar los siguientes polinomios en orden decreciente:

a)  $m^2 + 6m - m^3 + m^4$

b)  $6ax^2 - 5a^3 + 2a^2x + x^3$

c)  $-a^2b^3 + a^4b + a^3b^2 - ab^4$

d)  $a^4 - 5a + 6a^3 - 9a^2 + 6$

e)  $-x^8y^2 + x^{10} + 3x^4y^6 - x^6y^4 + x^2y^8$

f)  $-3m^{15}n^2 + 4m^{12}n^3 - 8m^6n^5 - 10m^3n^6 + n^7 - 7m^9n^4 + m^{18}n$

Solución:

a)  $m^4 - m^3 + m^2 + 6m$

b)  $x^3 + 6ax^2 + 2a^2x - 5a^3$

c)  $a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 - ab^4$

d)  $a^4 + 6a^3 - 9a^2 - 5a + 6$

e)  $x^{10} - x^8y^2 - x^6y^4 + 3x^4y^6 + x^2y^8$

f)  $m^{18}n - 3m^{15}n^2 + 4m^{12}n^3 - 7m^9n^4 - 8m^6n^5 - 10m^3n^6 + n^7$

23.- Calcula el valor numérico de  $P(x) = 5x^3 + 8x^2 - 3x + 4$  para  $x = 3$

$P(3) = 5(3)^3 + 8(3)^2 - 3(3) + 4$

$P(3) = 5 \cdot 27 + 8 \cdot 9 - 3 \cdot 3 + 4$

$P(3) = 135 + 72 - 9 + 4$

$P(3) = 202$

24.- Calcula el valor numérico del monomio  $\frac{2}{3}x^5$  para  $x = \frac{1}{2}$  y para  $x = -1$

Para  $x = \frac{1}{2}$

$$\frac{2}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{32} = \frac{2}{96} = \frac{1}{48}$$

Para  $x = -1$

$$\frac{2}{3} \cdot (-1)^5 = \frac{2}{3} \cdot (-1) = -\frac{2}{3}$$

25.- Calcula el valor numérico de los monomios  $4x^2$  y  $-2x^3$  para el valor  $x = -\frac{1}{3}$

$$4x^2 = 4\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 4 \cdot \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

$$-2x^3 = -2\left(\frac{1}{3}\right)^3 = -2 \cdot \left(\frac{1}{27}\right) = -\frac{2}{27}$$

**26.- Ordena el polinomio  $P(x) = 3x + 4x^2 + 7 + 5x^4$**

$$P(x) = 5x^4 + 4x^2 + 3x + 7$$

**¿Cuál es su grado?**

El polinomio es de cuarto grado

**Calcula  $P(-1)$**

$$P(x) = 5x^4 + 4x^2 + 3x + 7$$

$$P(-1) = 5 \cdot (-1)^4 + 4 \cdot (-1)^2 + 3(-1) + 7$$

$$P(-1) = 5 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 3(-1) + 7$$

$$P(-1) = 5 + 4 - 3 + 7$$

$$P(-1) = 13$$

**27.- Dados los monomios  $4x^5$ ;  $5x^2$ ;  $3x$  y  $2$ , calcula sus valores numéricos para  $x = -1$**

- $4x^5 = 4(-1)^5 = 4(-1) = -4$
- $5x^2 = 5(-1)^2 = 5(+1) = 5$
- $3x = 3(-1) = -3$
- $2 = 2$

**28.- Forma un polinomio ordenado con los monomios de la actividad anterior y calcula su valor numérico para  $x = -1$**

$$P(x) = 4x^5 + 5x^2 + 3x + 2$$

$$P(-1) = 4(-1)^5 + 5(-1)^2 + 3(-1) + 2$$

$$P(-1) = 4(-1) + 5(+1) + 3(-1) + 2$$

$$P(-1) = -4 + 5 - 3 + 2$$

$$P(-1) = 0$$

**29.- ¿Qué relación existe entre las soluciones de las dos últimas actividades?**

Que el valor numérico de un polinomio es igual a la suma algebraica de los valores numéricos de los monomios que lo forman

**30.- Calcula  $P_1\left(\frac{2}{3}\right)$  y  $P_2\left(\frac{3}{2}\right)$ , siendo**

a)  $P_1(x) = x^2 - \frac{3}{2}x$

$$P_1\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$P_1\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9} - \frac{6}{6} = \frac{8-18}{18} = -\frac{10}{18} = -\frac{5}{9}$$

b)  $P_2\left(\frac{3}{2}\right) = x^2 - \frac{3}{2}x$

$$P_2\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$P_2\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{9}{4}\right) - \frac{9}{4}$$

$$P_2\left(\frac{3}{2}\right) = 0$$

**31.- Calcula el valor numérico de  $P(x) = -\frac{1}{2}x^5 + \frac{3}{4}x^2 + 4x - 2$  para  $x = -1$**

$$P(-1) = -\frac{1}{2}(-1)^5 + \frac{3}{4}(-1)^2 + 4(-1) - 2$$

$$P(-1) = -\frac{1}{2}(-1) + \frac{3}{4}(1) - 4 - 2$$

$$P(-1) = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - 6$$

$$P(-1) = \frac{2+3-24}{4} = \frac{-19}{4}$$

### **RAÍZ DE UN POLINOMIO**

**Es el valor de la indeterminada para el que el valor numérico del polinomio sea cero**

**32.- Calcular el valor numérico de  $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x - 4$ , siendo  $x = -1$**

$$P(-1) = 2(-1)^3 + 3(-1)^2 - 3(-1) - 4$$

$$P(-1) = 2(-1) + 3(+1) + 3 - 4$$

$$P(-1) = -2 + 3 + 3 - 4$$

$$P(-1) = 0$$

**La raíz de  $P(x)$  es  $-1$  ya que anula el valor del polinomio**