# OPERACIONES ALGEBRAICAS CON MONOMIOS

https://www.jica.go.jp/Resource/project/elsalvador/004/materials/ku57pq00003u76p7-att/teacher_JS2_01.pdf

Las operaciones algebraicas incluyen suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación, utilizando números y letras (indeterminadas o variables) para representar relaciones numéricas. Se basan en la simplificación de términos semejantes —aquellos con la misma literal y exponente— y en el manejo de signos, aplicándose a operaciones con monomios y polinomios y para resolver ecuaciones.

**RECUERDA**

**EXPRESIÓNES ALGEBRAICAS: Conjunto de números y letras relacionados por los signos de las operaciones aritméticas**

$$\text{Ej}: x^4 - \frac{3}{5}x^2 + 3x - 7$$

**CLASES:**

**ENTERA:** no tiene denominador literal ni exponentes negativos que afecten a sus letras.

$$\text{Ej}: 4a^2 - 5bx$$

$$\frac{3}{5}ab^2 - c\sqrt{7}$$

**FRACCINARIA**: tiene el denominador literal o exponentes negativos que afecten a sus letras

$$\text{Ej.}: \frac{x^3-27}{x-3} \quad ; \quad \frac{2a}{5x+3} \quad ; \quad \frac{a^3+bc}{c^2+d} \quad ; \quad 5xa^{-2}$$

**RACIONAL**: no tiene letras bajo el signo radical, ni exponentes fraccionarios que afecten a las letras

$$\text{Ej}: 4a^3 - \sqrt{7} \quad ; \quad 6ab^2 - a\sqrt{3}$$

**IRRACIONAL**: tiene letras bajo el signo radical o exponentes fraccionarios que afectan a las letras

$$\text{Ej.}: 4a - \sqrt{8a^2 - 5b^2} \quad ; \quad 5x^2 - \sqrt{x^2+9} \quad ; \quad a^{\frac{3}{4}}$$

**TÉRMINO:** Expresión algebraica separada de otra por los signos (+) ó (-)

Ej,: $6x^4$ (expresión algebraica de un solo término o **monomio**)

$3a^2 - 7$ (expresión algebraica de dos términos o **binomio**)

$3x^2 - 4x + 3$ (expresión algebraica de tres términos o **trinomio**)

En general las expresiones algebraicas tienen más de un término se llaman **polinomios**

**INDETERMINADA O VARIABLE:** las letras del término

**COEFICIENTE:** Los números junto a las letras (multiplican)

**GRADO DE UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA:**

a) **DE UN MONOMIO: es la suma de los exponentes de sus variables**

**Ej.: $3x^3y^2z$**

el grado absoluto será 3 + 2 + 1 = 6

b) **DE UN POLINOMIO:**

**El grado de un polinomio es el mayor exponente al que está elevada la variable en los monomios que lo componen.**

Para polinomios de u**na sola variable, es simplemente el exponente más alto; para múltiples variables, se suma el grado de cada término y se elige el mayor.**

**POLINOMIOS DE UNA SOLA VARIABLE**

**Se busca el exponente más alto de la variable**

**$5x^3 - 2x^2 + x - 7$**

Grados de los términos: 3, 2, 1, 0.

**Grado: 3**

**$4x - 9x^5 + 2$**

Los términos están desordenados, pero el mayor exponente es 5.

**Grado: 5**

**Cuando no hay variables se consideran de grado 0**

Ej.: $6x^3 + 5x^2 - 7x$ es de grado 3

$2x - 5x^4 + 4x^2$ es de grado 4

**POLINOMIOS DE VARIAS VARIABLES (GRADO ABSOLUTO)**

Se suma los exponentes de las letras en cada término y se elige la suma mayor.

**$3x^2y^3 - 5x^4y^2 + xy$**

**El primer término $3x^2y^3$: 2 + 3 = 5 (de quinto grado)**

**El segundo término $- 5x^4y^2$: 4 + 2 = 6 ( de sexto grado)**

**El tercer término xy: 1 + 1 = 2 (de segundo grado)**

**Ej.: $3x^5y^4 – 7x^3y^2 – 9xy^6$ = es de noveno grado**

**TÉRMINO INDEPENDIENTE: es el número (si lo hay) que no tiene variable o indeterminada. (letra).**

**2 + 1 = tercer grado;**

**Ej; $3x^2\ y + 3$ término independiente**

**indeterminadas o variables**

**coeficiente**

**TÉRMINOS SEMEJANTES: son expresiones algebraicas que comparten exactamente la misma parte literal**, es decir, las mismas letras (variables) elevadas a los mismos exponentes. Solo difieren en sus coeficientes numéricos.

Se reducen **sumando o restando sus coeficientes y manteniendo la misma parte literal**.

Ej.: $3x + 5a - 2x + 4a = 3x - 2x + 5a + 4a = x + 9a$

**TÉRMINOS HOMOGÉNEOS: expresiones algebraicas (monomios) que poseen el mismo grado absoluto, es decir, la suma de los exponentes de sus variables es idéntica.**

Ej.: **$4x^4y$ es de quinto grado**

**$6x^2y^3$ es de quinto grado**

**POLINOMIO COMPLETO: es aquel que contiene todos los exponentes de una variable, desde el grado más alto hasta el término independiente (grado cero), sin saltarse ninguno**

**Ejemplo $5x^3 + 2x^2 - x + 4$ (Grados: 3, 2, 1, 0).**

**Si faltan exponentes de una variable es incompleto**

**Ejemplo incompleto: $2x^4 - 3x^2 + 1$ (Faltan términos $x^3$ y $x$). Faltan los grados 3 y 1**

**Para completar un polinomio: Se añaden los términos faltantes con coeficiente 0:**

**Ej.: $2x^4 - 3x^2 + 1$**

**$2x^4 + 0x^3 - 3x^2 + 0x + 1$**

**VALOR NUMÉRICO DE UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA:** Consiste en sustituir las variables por su valor y efectuar las operaciones indicadas.

Ej.: Halla el valor numérico de la expresión $\frac{3a(a^2-b^2)}{5a-4}$

**para a = 5 y b = 2**

$$\frac{3 \cdot 5(5^2 - 2^2)}{5 \cdot 5 - 4} = \frac{15 \cdot 21}{21} = 15$$

# OPERACIONES FUNDAMENTALES CON MONOMIOS

- **SUMA Y RESTA: Solo se pueden sumar o restar términos semejantes**. Se agrupan los coeficientes y se mantiene la parte literal.
  **Ej.**:*$3x + 3x = 5x$*
  $6a^2b^3c \;+\; 5a^2b^3c \;+\; 12a^2b^3c \;=\; 23a^2b^3c$
  $5a^3b^2c \;-\; 6a^3b^2c \;-\; 4a^3b^2c \;=\; -5a^3b^2c$

- **PRODUCTO:** Se multiplican los coeficientes y se suman los exponentes de las variables con la misma base
  **Ej.**: *$(2b)(5b)^2 = 10b^3$*
  *$(-6ab)(-8a^2b) = 64a^3b^2$*
  $3a^3b^2c \cdot 2a^2b^2c \cdot (-4ab^3c^3) = -24a^6b^7c^5$
  Para multiplicar y dividir **no es preciso que sean semejantes**.

- **DIVISIÓN:** Se dividen los coeficientes y se restan los exponentes de las variables con la misma base.
  **Ej.**: $12ab : (-4b) = -3a$
  $-15a^3b^5c : (-3ab^2) = 5a^2b^3c$
  $20x^4y^6z^2 : 5x^4y^3z^2 = 4y^3$ (recuerda que toda potencia de exponente 0 = 1)
  $3a^4b^3c \;:\; (-5abc^2) \;=\; -\dfrac{3}{5}a^3b^2c^{-1}$

- **POTENCIACIÓN:** La potenciación de monomios consiste **en elevar el coeficiente numérico a la potencia dada y multiplicar los exponentes de las variables por dicho exponente**.
  **La regla general es $(a \cdot x^n)^m = a^m \cdot x^{n\cdot m}$**
  Si el monomio es negativo, el resultado es positivo con exponente par y negativo con impar.
  Ej.: $(2x^2y) \cdot (3xy^4) = 6x^3y^5$
  $(2x^3y) \cdot (5x^2y^3) \cdot (-xy) = -10x^6y^5$
  $(\frac{2}{3}x^2) \cdot (\frac{1}{5}x) \cdot (-2x^3) = -\frac{4}{15}x^6$

- **RADICACIÓN:** La radicación de monomios **consiste en extraer la raíz del coeficiente numérico y dividir los exponentes de las variables entre el índice de la raíz.**
  **La regla general es: $\sqrt[n]{a \cdot x^m} = \sqrt[n]{a} \cdot x^{m/n}$**
  **Para raíces pares, el resultado puede ser positivo o negativo (±), mientras que en índices impares mantiene el signo del radicando.**
  Ej,:$\sqrt{9a^2b^4} = \pm 3a^{2/2}b^{4/2} = \pm 3ab^2$
  $\sqrt{16x^4y^6} = \pm 4x^2y^3$
  $\sqrt[3]{-8a^3x^6y^9} = -2ax^2y^3$
  $\sqrt[3]{27m^6n^{12}} = 3m^2n^4$

$\sqrt[4]{16a^4m^8}$ = 2am$^2$

$\sqrt[5]{-243m^{15}n^{10}}$ = - 3m$^3$n2

# OPERACIONES CON MONOMIOS: ACTIVIDADES

**Recuerda: las expresiones algebraicas pueden ser:**

**ENTERAS:** no tiene denominador literal ni exponentes negativos que afecten a sus letras.

Ej: $4a^2 - 5bx$

$\frac{3}{5}ab^2 - c\sqrt{7}$

**FRACCINARIAS**: tiene el denominador literal o exponentes negativos que afecten a sus letras

Ej.: $\frac{x^3 - 27}{x-3}$ ; $\frac{2a}{5x+3}$ ; $\frac{a^3 + bc}{c^2 + d}$ ; $5xa^{-2}$

**RACIONALES**: no tiene letras bajo el signo radical, ni exponentes fraccionarios que afecten a las letras

Ej: $4a^3 - \sqrt{7}$ ; $6ab^2 - a\sqrt{3}$

**IRRACIONALES**: tiene letras bajo el signo radical o exponentes fraccionarios que afectan a las letras

Ej.: $4a - \sqrt{8a^2 - 5b^2}$ ; $5x^2 - \sqrt{x^2 + 9}$ ; $a^{\frac{3}{4}}$

**1.- Clasifica las siguientes expresiones algebraicas**

| | |
|---|---|
| $5a^2$ = **positiva, entera, racional** | $-4a^3b$ = **negativa, entera, racional** |
| $\frac{2a}{3}$ = **positiva, entera, racional** | $-\frac{5b^2}{6}$ = **negativa, entera, racional** |
| $\sqrt{a}$ = **positiva, entera, irracional** | $-\sqrt[3]{5b^2}$ = **negativa, entera, irracional** |
| $\frac{\sqrt{a}}{6}$ = **positiva, entera, irracional** | $a^{-3}b^{\frac{3}{4}}$ = **positiva, fraccionaria, irracional** |
| $-\frac{4a^2b^3}{\sqrt{6a}}$ = **positiva, fraccionaria, irracional** | |

**2.- Clasifica las siguientes expresiones algebraicas indicando su grado**

**$5a^2 - 4a^3b$ = binomio de cuarto grado, expresión entera**

**$\frac{2a}{3} - 4a^3b^2 + \frac{\sqrt{a}}{6}$ = trinomio de quinto grado, expresión irracional**

**$4ab^3c^3x^2$= monomio de noveno grado, expresión entera**

**$6a^4 + 3a^3b + 4a^2b - 5ab^2c^3$ = polinomio de sexto grado, expresión entera**

3.- Escribe dos polinomios homogéneos, uno de tercer grado y otro de quinto grado

**Polinomio homogéneo de tercer grado: $ax^2 - b^2y - 2cxz$**

**Polinomio homogéneo de quinto grado: $6z^5 + 2x^3y^2 - 3\,xyz^3$**

**4.- Escribe dos polinomios completos:**

$5a^4 - a^3 + 4a^2 - a + 3$

$3x^3y - 8x^2y^2 + 5x + 5xy^3 - 9$

**5.- Ordenar los siguientes polinomios en orden descendente:**

a) $m^2 + 6m - m^3 + m^4$

b) $6ax^2 - 5a^3 + 2a^2x + x^3$

c) $-a^2b^3 + a^4b + a^3b^2 - ab^4$

d) $a^4 - 5a + 6a^3 - 9a^2 + 6$

e) $-x^8y^2 + x^{10} + 3x^4y^6 - x^6y^4 + x^2y^8$

f) $-3m^{15}n^2 + 4m^{12}n^3 - 8m^6n^5 - 10m^3n^6 + n^7 - 7m^9n^4 + m^{18}n$

S o l u c i ó n:

a) $m^4 - m^3 + m^2 + 6m$

b) $x^3 + 6ax^2 + 2a^2x - 5a^3$

c) $a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 - ab^4$

d) $a^4 + 6a^3 - 9a^2 - 5a + 6$

e) $x^{10} - x^8y^2 - x^6y^4 + 3x^4y^6 + x^2y^8$

f) $m^{18}n - 3m^{15}n^2 + 4m^{12}n^3 - 7m^9n^4 - 8m^6n^5 - 10m^3n^6 + n^7$

**6.- Halla el valor numérico de la siguiente expresión para a = - 3; b = 2; c = 1**

$12a^3b^2c + 14a^2b^3c^2 = [12 \cdot (-3)^3 \cdot (2)^2 \cdot (1)^2] + [14 \cdot (-3)^2 \cdot 2^3 \cdot 1^2] =$

$[12 \cdot (-27) \cdot 4 \cdot 1] + [14 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 1] = [12 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 1] = -1296 + 1008 = -288$

**7.- Ordena y reduce los términos de los siguientes polinomios**

a) $\frac{5}{2}x - \frac{3}{4}x - 7x^2 + \frac{x}{6} - \frac{7}{2}x^2 + 6 + 3x^2 =$

$-7x^2 - \frac{7}{2}x^2 + 3x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{3}{4}x + \frac{x}{6} + 6 =$

$\frac{-14x^2 - 7^2x + 6x^2}{-2} + \frac{30x - 9x + 2x}{12} + 6 =$

$\frac{-15x^2}{2} + \frac{23x}{12} + 6$

b) $\frac{4}{5}x^2 - 3x^3 - 5x + \frac{3}{2} + \frac{5}{2}x^3 - x^3 + 4x$ =

$\frac{5}{2}x^3 - x^3 - 3x^3 + \frac{4}{5}x^2 - 5x + 4x + \frac{3}{2}$ =

$\frac{5x^3-2x^3-6x^3}{2} + \frac{4}{5}x^2 + 4x + \frac{3}{2}$ =

$\frac{-3x^3}{2} + \frac{4x^2}{5} - x + \frac{3}{2}$

8) Halla el valor numérico para d = 9; n= 7

a) $d^3 - 3d^2n + 3dn^2 - n^3$

$9^3 - 3 \cdot 9^2 \cdot 7 + 3 \cdot 9 \cdot 7^2 - 7^3$ =

$729 - 1701 + 1323 - 343 =$

$2052 - 2044 =$ =

$8$

b) $\frac{5a^2b^3}{2} - \frac{4a^4b^2}{9} - \frac{a^5}{16}$ para a = 2 ; b = 3

$\frac{5 \cdot 2^2 \cdot 3^3}{2} - \frac{4 \cdot 2^4 \cdot 3^2}{9} - \frac{2^5}{16}$ =

$\frac{5 \cdot 4 \cdot 27}{2} - \frac{4 \cdot 16 \cdot 9}{9} - \frac{32}{16}$ =

$270 - 64 - 2$ =

$204$

9) Reduce términos semejantes

$\frac{3}{4}bc + \frac{4}{9}c + \frac{5}{12}bc - \frac{11}{12}c$ =

$\frac{3}{4}bc + \frac{5}{12}bc + \frac{4}{9}c - \frac{11}{12}c$ =

$\frac{9+5}{12}bc + \frac{16-33}{36}c$ =

$\frac{14}{12}bc - \frac{17}{36}c$ =

$\frac{7}{6}bc$- $\frac{17}{36}c$

**10) Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores de x que se indican**

| **Valores de x** | | | |
|---|---|---|---|
| | **(x-1)(x+1)** | **3x - 2** | **$2x^3 - 6x^2 - 4x + 1$** |
| **- 1** | **(-1-1) (-1+1) = - 2 · 0 = 0** | **3(- 1) – 2 = - 3 – 2 = - 5** | **$2·(-1)^3 - 6·(-1)^2 - 4·(-1) + 1 =$ 2·(- 1) – 6 · 1 + 4 + 1 = - 2 – 6 + 4 + 1 = - 3** |
| **1** | **(1-1) (1+1) = 0 · 2 = 0** | **3 ·1 – 2 = 3 – 2 = 1** | **$2·1^3 - 6·1^2 - 4·1 + 1 =$ 2 – 6 – 4 + 1 = - 7** |
| **2** | **(2-1) (2+1) = 1·3 = 3** | **3 ·2 – 2 = 6 – 2 = 4** | **$2·2^3 - 6·2^2 - 4·2 + 1 =$ 16 – 24 – 8 + 1 = - 15** |
| **-2** | **(-2-1) (-2+1) = - 3 · (- 1) = 3** | **3 ·(- 2) – 2 = - 6 – 2 = - 8** | **$2·(-2)^3 - 6·(-2)^2 - 4·(-2) + 1 =$ 2(-8) - 6 · 4 + 8 + 1 = -16 - 24 + 8 + 1 = - 31** |
| **3** | **(3-1) (3+1) = 2 · 4 = 8** | **3 ·3 – 2 = 9 – 2 = 7** | **$2·3^3 - 6·3^2 - 4·3 + 1 =$ 54 – 54 – 12 + 1 = - 11** |

**11.- Efectúa**

| | |
|---|---|
| x + 2x **= 3x** | $\frac{1}{3}xy + \frac{1}{6}xy = \frac{2xy+xy}{6} = \frac{3xy}{6} = \frac{1}{2}xy$ |
| 8a + 9a **= 17a** | $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a = \frac{2}{2}a = a$ |
| - b – 5b **= - 6b** | $\frac{3}{5}ab + \frac{1}{10}ab = \frac{6ab + ab}{10} = \frac{7}{10}ab$ |
| - 9m – 7m **= -16m** | $-\frac{5}{6}a^2b - \frac{1}{8}a^2b = \frac{-20a^2b - 3a^2b}{24} = \frac{-23a^2b}{24}$ |

**12.- Realiza las siguientes operaciones:**

$12a^3 b^2c + 3a^3 b^2c - 5a^3 b^2c =$ **$10a^3 b^2c$**

$12a^3 b^2c - (-5a^3 b^2c) =$ **$12a^3 b^2c + 5a^3 b^2c = 17a^3 b^2c$ (recuerda que para restar se suma al minuendo el opuesto del sustraendo)**

$3a^3 b^2c - (-5a^3 b^2c) =$ **$3a^3 b^2c + 5a^3 b^2c = 8a^3 b^2c$**

$3a^3 b^2c - (12a^3 b^2c) =$ **$3a^3 b^2c - 12a^3 b^2c = -9a^3 b^2c$**

**13.- Realiza**

$(12a^3 b^2c)(-5 a^3 b^2c)$ = $\mathbf{-60\ a^6\ b^4c^2}$

$(3 a^3 b^2c)(-5 a^3 b^2c)$ = $\mathbf{-15\ a^6\ b^4c^2}$

$(3 a^3 b^2c)(12a^3 b^2c)$ = $\mathbf{36\ a^6\ b^4c^2}$

**14.- Divide los siguientes monomios**

$(12a^3 b^2c) : (-5a^3bc) = -\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{5}}\boldsymbol{b}$

$(3 a^3 b^2c) : (-5a^3b^4c) = -\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}\boldsymbol{b}^{-2}$

$(3 a^3 b^2c) : (12a^3 b^2c^4) = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{12}}\boldsymbol{c}^{-3} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\boldsymbol{c}^{-3}$

**15) Efectúa**

| | | |
|---|---|---|
| a) $7a - 5 + 2 - 4a$ = $\mathbf{3a - 3}$ | b) $6x^2 - 2 + 3x + 7$= $\mathbf{6x^2 + 3x + 5}$ | c) $5x \cdot x^2$ = $\mathbf{5x^3}$ |
| d) $3ab \cdot (-5ab)$ = $\mathbf{-15\ a^2b^2}$ | e) $6x^2 : 3x$ = $\mathbf{2x}$ | f) $3x + 5x - 4x$ = $\mathbf{4x}$ |
| g) $6x^2 - 3x^2 + 4x - 5x$ = $\mathbf{3x^2 - x}$ | h) $(-2x) \cdot 4x^2$ = $\mathbf{-8\ x^3}$ | i) $a^2b \cdot b^2 a$ = $\mathbf{a^3\ b^3}$ |
| j) $8ab : 2ab$ = $\mathbf{4}$ | k) $5x - 2 + 3x + 7$ = $\mathbf{8x + 5}$ | l) $3x \cdot 2x$ = $\mathbf{6x^2}$ |
| | | |
| m) $2ab \cdot 3a$ = $\mathbf{6a^2b}$ | n) $8a : 2a$ = $\mathbf{4}$ | o) $3a^2b^3 : 6ab$ = $\mathbf{\frac{1}{2}ab^2}$ |
| p) $2x^2 : 5x^2$ = $\mathbf{\frac{2}{5}}$ | q) $6a^3b^2 : 2ab^2$ = $\mathbf{3a^2}$ | r) $5x : 15x^3$ = $\mathbf{\frac{1}{3x^2} = \frac{1}{3}x^{-2}}$ |
| s) $4ab^2 : 4a^2b$ = $\mathbf{\frac{b}{a} = b \cdot a^{-1}}$ | t) $3x^2 : 6x^3$ = $\mathbf{\frac{1}{2x} = \frac{1}{2}x^{-1}}$ | |

**16) Reduce los términos semejantes dejando el resultado en forma de polinomio ordenado:**

$$\boldsymbol{3x^4 + 2x^3 + 5x^5 + 4x^2 - 2x^3 + 4x^4 =}$$

$$\mathbf{5x^5 + 7x^4 + 4x^2}$$

**17) Reduce los monomios semejantes y ordena en orden decreciente el polinomio resultante:**

$$2x^3 + 4x^4 - x^3 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x =$$

$$\mathbf{4x^4 + x^3 + \frac{1}{2}x^2}$$

**18) Efectúa**

| | | |
|---|---|---|
| a) $12\ a^3b^2c + 3a^3b^2c - 5a^3b^2c =$ <br> $\mathbf{10a^3b^2c}$ | b) $3a^3b^2c - 5a^3b^2c =$ <br> $\mathbf{-2\ a^3b^2c}$ | c) $4a^4b^3c^2 - 12a^4b^3c^2 =$ <br> $\mathbf{-8\ a^4b^3c^2}$ |
| d) $12a^3b^2c \cdot (-5a^2b) =$ <br> $\mathbf{-60a^5b^3c}$ | e) $-3a^2b^3 \cdot (-4ab^2c^4) =$ <br> $\mathbf{12a^3b^5c^4}$ | f) $3a^2b^3c : (-5ab^2c) =$ <br> $-\dfrac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}\mathbf{ab}$ |
| g) $-16a^4b^2 : 8ab^2c =$ <br> $-\dfrac{\mathbf{2a^3}}{\mathbf{c}} = \mathbf{-2a^3c^{-1}}$ | h) $-14x^3y^2z : (-9xy^4z) =$ <br> $\dfrac{\mathbf{14x^2}}{\mathbf{9y^2}} = \dfrac{\mathbf{14}}{\mathbf{9}}\mathbf{x^2y^{-2}}$ | i) $\dfrac{2}{3}x^6 + \dfrac{3}{4}x^6 =$ <br> $\dfrac{\mathbf{17}}{\mathbf{12}}\mathbf{x^6}$ |
| j) $\dfrac{2}{3}x^7 + 4x^7 = \dfrac{\mathbf{14}}{\mathbf{3}}\mathbf{x^7}$ | k) $3x^8 + \dfrac{3}{2}x^8 = \dfrac{\mathbf{9}}{\mathbf{2}}\mathbf{x^8}$ | l) $2x^3 + \left(4x^3 + \dfrac{1}{2}x^3\right) =$ <br> $\dfrac{\mathbf{13}}{\mathbf{2}}\mathbf{x^3}$ |
| m) $\dfrac{1}{2}x^2 + \left(\dfrac{2}{3}x^2 + x^2\right) =$ <br> $\dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{5}{3}x^2 = \dfrac{3x^2 + 10x^2}{6} =$ <br> $\dfrac{\mathbf{13}}{\mathbf{6}}\boldsymbol{x^2} = \mathbf{2\dfrac{1}{6}}\boldsymbol{x^2}$ | n) $\left[-2x^3 + \dfrac{7}{2}x^3\right] - \left[4x^3 + \left(2x^3 - 3x^3\right)\right] =$ <br> $\dfrac{3}{2}x^3 - [4x^3 - x^3] = \dfrac{3}{2}x^3 - 3x^3 = -\dfrac{3}{2}x^3$ <br> $= \left(\mathbf{-1\ \dfrac{1}{2}}\right)\boldsymbol{x^3}$ | |

**19) Elimina los paréntesis y reduce los términos semejantes:**

**a)** $(2x - 3y) - (6x + 7y - 4) + 6 =$
$\mathbf{2x - 3y - 6x - 7y + 4 + 6 =}$
$\mathbf{-4x - 10y + 10}$

**b)** $(7a + 3b - 2ab) - (6b + 4ab - 8b) - 4a - 6b =$
$\mathbf{7a + 3b - 2ab - 6b - 4ab + 8b - 4a - 6b =}$
$\mathbf{-6ab + 3a - b}$

c) $5x + 4 - 3x^2 - (7x + 4x^2 - 2x^2 + 3x - 7) =$
$\mathbf{5x + 4 - 3x^2 - 7x - 4x^2 + 2x^2 - 3x + 7 =}$
$\mathbf{-5x^2 - 5x - 11}$

**20) Efectúa**

d) $5x^2y^4\ z^3 \cdot 4xy \cdot 10z^3 \cdot (-2xy) =$
**$-\ 400x^4y^6z^6$**

e) $(8x^4 + 6x^2) : 2x^2 =$
**$4x^2 + 3$**

f) $(15x^2b - 5x^3 + 5x^2 - x^2c^2) : 5x^2 =$
**$3b - 1/5c^2 - x + 1$**

**21) De los siguientes términos agrupa los que sean homogéneos**

**Términos homogéneos: son los que tienen el mismo grado**

; $- x^5$ ; $6x^4$ ; $4abcx^2$ ; $- 2ac^2$ ; $6ab^3$ ; $6x^4\ y$ ; $6a^4$ ; $3a^3b$ ; $4a^2b$ ; $- 5ab^2c^3$; $\frac{2}{3}b^6$

| | | |
|---|---|---|
| **$- 2ac^2$; $4a^2b$**<br>**homogéneo de tercer grado** | **$6x^4$ ; $6ab^3$; $3a^3b$**<br>**homogéneo de cuarto grado** | **$4a^3b^2$ ; $- x^5$ ; $4abcx^2$**<br>**homogéneo de quinto grado** |
| | **$- 5ab^2c^3$ ; $\frac{2}{3}b^6$**<br>**homogéneo de sexto grado** | |

**22) De los siguientes términos agrupa los que sean semejantes**

**Términos semejantes son expresiones algebraicas que comparten exactamente la misma parte literal**

$7a$ ; $- 2x^3$ ; $3x^2y^3$ ; $\frac{1}{5}xy$ ; $9b$ ; $6a$ ; $- 4b$ ; $5x$ ; $- 11y$ ; $20x$ ; $y$ ; $4x^3$ ; $- 2xy$ ; $-2a^3$ ; $-\frac{2}{3}x^2y^3$

**Son semejantes**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **$7a$ y $6a$** | **$- 2x^3$ y $4x^3$** | **$3x^2y^3$ y** $-\frac{2}{3}x^2y^3$ | **$- 11y$ y $y$** |
| $\frac{1}{5}xy$ **y $- 2xy$ ;** | **$9b$ y $- 4b$** | **$5x$ y $20x$** | |

**23.- De los siguientes polinomios indica los que son completos**
**Recuerda que polinomio completo es aquel que contiene todos los exponentes de una variable, desde el grado más alto hasta el término independiente (grado cero), sin saltarse ninguno**

a) $a^4 - a^2 + a - a^3$

b) $5x^4 - 8x^2 + x - 6$

c) $x^4y - x^3y^2 + x^2x^3 - y^4$

d) $m^5 - m^4 + m^3 - m + 5$

e) $y^5 - by^4 + b^2y^3 - b^3y^2 + b^4y$

**Son completos: el a) y el e)**

**24) Reduce términos semejantes en las siguientes expresiones.**

7a – 9b + 6a – 4b **= 13a – 13 b**

a + b – c – b – c + 2c – a **= c**

5x – 11y – 9 + 20x – 1 – y **= 25x – 12y – 10**

- 6m + 8n + 5 – m – n – 6m – 11 **= - 13m + 7n – 6**

- a + b + 2b – 2c + 3a + 2c – 3b **= 2a**

- 81x + 19y – 30z + 6y + 80x + x – 25y **= - 30z**

$15a^2 - 6ab - 8a^2 + 20 - 5ab - 31 + a^2 - ab$ **=** $\mathbf{8a^2 - 12ab - 11}$

**25) De los siguientes polinomios escoge dos que sean homogéneos**

a) $3a^2b + 4a^3 - 5b^3$

b) $a^4 - a^3b + a^2b^2 + ab^3$

c) $x^5 - bx^4 + abx^3 + ab^3x^2$

d) $4a - 5b + 6c^2 - 8d^3 - 6$

e) $y^5 - ay^4 + a^2y^3 - a^3y^2 - a^4y + y^5$

f) $-6a^3b^4 - 5a^6b + 8a^2b^5 - b^7$

**Homogéneos son los polinomios a) b) e) y f)**

**26) Escribe tres polinomios homogéneos, uno de grado 5, otro de grado 8 y otro de grado 15**

$\mathbf{x^4y + x^2y^2 + x^5}$ **es un polinomio homogéneo de grado 5**

$\mathbf{a^7b + a^3b^5 + a^2b^6}$ **es un polinomio homogéneo de grado 8**

$\mathbf{m^{10}n^5 + m^6n^9 + m^8n^7}$

**27) Escribe dos polinomios completos:**

$\mathbf{x^7y + 4x^6y^2 - 2x^5y^3 - 3x^4y^4 + 5x^3y^5 - x^2y^6 + 1/5\, xy^7 + 5}$ **(el polinomio es completo y ordenado en orden decreciente respecto de la x y en orden creciente respecto de la y**

$\mathbf{a^3b - a^2b^3 + 4a - 5}$ **(polinomio completo y ordenado en orden decreciente respecto de la a**

**28) Ordenar los siguientes polinomios en orden descendente:**

a) $m^2 + 6m - m^3 + m^4$

b) $6ax^2 - 5a^3 + 2a^2x + x^3$

c) $-a^2b^3 + a^4b + a^3b^2 - ab^4$

d) $a^4 - 5a + 6a^3 - 9a^2 + 6$

e) $-x^8y^2 + x^{10} + 3x^4y^6 - x^6y^4 + x^2y^8$

f) $-3m^{15}n^2 + 4m^{12}n^3 - 8m^6n^5 - 10m^3n^6 + n^7 - 7m^9n^4 + m^{18}n$

**a)** $\mathbf{m^4 - m^3 + m^2 + 6m}$

**b)** $\mathbf{-5a^3 + 2a^2 + 6ax^2 + x^3}$

**c)** $\mathbf{a^4b + a^3b^2 - a^2b^2 - ab^4}$

**d)** $\mathbf{a^4 + 6a^3 - 9a^2 - 5a + 6}$

**e)** $\mathbf{n^7 - 10m^3n^6 - 8m^6n^5 - 7m^9n^4 + 4m^{12}n^3 - 3m^{15}n^2 + m^{18}n}$

**29.- Efectúa:**

x + 2x = **3x**

8a + 9a = **17a**

-b - 5b = **- 6b**

-9m - 7m = **- 16m**

$$\frac{1}{3}xy + \frac{1}{6}xy = \frac{2+1}{6}xy = \frac{3}{6}xy = \frac{1}{2}xy$$

$$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a = \frac{2}{2}a = a$$

$$\frac{3}{5}ab + \frac{1}{10}ab = \frac{6+1}{10}ab = \frac{7}{10}ab$$

$$-\frac{5}{6}a^2b - \frac{1}{8}a^2b = \frac{-20-3}{24}a^2b = -\frac{23}{24}a^2b$$

**30.- Efectúa las operaciones siguientes**

| a) (- 2x – 3) (2 – 3x) | b) $(4x^2 - 3)(3x^2 + 3)$ | c) $(2x^2 + 4x)(4x - 3)$ |
|---|---|---|
| - 2x – 3<br>2 – 3x<br>$6x^2 + 9x$<br>- 4x - 6<br>$\mathbf{6x^2 + 5x - 6}$ | $4x^2 - 3$<br>$3x^2 + 3$<br>$-12x^2 - 9$<br>$12x^4 - 9x^2$<br>$\mathbf{12x^4 - 21x^2 - 9}$ | $2x^2 + 4x$<br>$4x - 3$<br>$6x^2 - 12x$<br>$8x^3 + 16x^2$<br>$8x^3 + 22x^2 - 12x$ |

**31- Desarrolla las siguientes expresiones (identidades notables)**

a) $(7x - 3)^2 = \mathbf{49x^2 - 42x + 9}$
b) $(x - y)^2 = \mathbf{x^2 - 2xy + y^2}$
c) $(2x + 1)^2 = \mathbf{4x^2 + 4x + 1}$
d) $(6a - b)(6a + b) = \mathbf{36a^2 - b^2}$

**32.- Indica si estas igualdades son verdaderas o falsas indicando lo correcto**

a) $(2x - 3)^2 = 9 - 4x^2 + 12x$ **Falsa** **Lo correcto es: $4x^2 - 12x + 9$**
b) $(5x - 3)(5x + 3) = 25x^2 - 9$ **Verdadera**
c) $(a - b)\,2a = 2a^2 - 2ab$ **Verdadera**

**33.-Halla el cociente de las siguientes divisiones**

$15x^5 : 3x^2 = \mathbf{3x^3}$
$9x^4 : 3x^2 = 3x^2$
$14x^7 : 2x^3 = \mathbf{7x^4}$
$-18x^5 : 3x = \mathbf{-6x^4}$
$-27x^6 : (-9x^2) = \mathbf{3x^4}$
$18x^7 : (-3x^2) = \mathbf{-6x^5}$

**34.- Efectúa las divisiones siguientes**

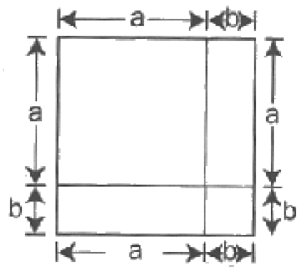
$$\frac{2}{7}x^3 : \frac{5}{4}x = \frac{8}{35}x^2$$

$$-\frac{4}{5}x^6 : \frac{5}{4}x^6 = -\frac{16}{25}$$

$$-\frac{3}{5}x^6 : \left(-\frac{5}{3}x^7\right) = \frac{9}{25}x^{-1}$$

$$\frac{18x^8}{-12x^5} : \frac{-4x^2}{3x^4} = \frac{54x^{12}}{48x^7} = \frac{9}{8}x^5$$

**35.- Calcula el área de la siguiente figura.**




**La figura es un cuadrado ya que tiene todos los lados igual**
**El área del cuadrado es igual a lado x lado = lado$^2$**
**El lado del cuadrado de la figura = (a + b)**
**Por tanto el área de la figura será: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$**

## AMPLIACIÓN

**36.- Calcula el valor numérico del término independiente c en cada uno de los siguientes polinomios para que su valor numérico sea 2, tomando x los valores indicados.**

<table>
<tr>
<td>$6x^3 + 4x^2 – c$ para $x = 1$<br>$6 \cdot 1^3 + 4 \cdot 1^2 - c = 2$<br>$6 + 4 – c = 2$<br>$10 – c = 2$<br>$c = 10 – 2 = 8$</td>
<td>$2x^5 – 6x^3 – 2x^2 – c$ para $x = 2$<br>$2 \cdot 2^5 – 6 \cdot 2^3 – 2 \cdot 2^2 – c = 2$<br>$2 \cdot 32 – 6 \cdot 8 – 2 \cdot 4 – c = 2$<br>$64 – 48 – 8 – c = 2$<br>$8 – c = 2$<br>$c = 8 – 2 = 6$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">$- 7x^3 – 6x^2 + c$ para $x = - 1$<br>$- 7 \cdot (- 1)^3 – 6 \cdot (- 1)^2 + c = 2$<br>$- 7 \cdot (- 1) – 6 \cdot 1 + c = 2$<br>$7 – 6 + c = 2$<br>$1 + c = 2$<br>$c = 1$</td>
</tr>
</table>

**38.- Completa las siguientes expresiones**

$25x^4 + \boxed{?} + 49 = (\boxed{?})^2$ ⟶ $25x^4 + 70x + 49 = (5x^2 + 7)^2$

$(6x + \boxed{?})(6x - \boxed{?}) = 36x^2 – 4a^2y^4$ ⟶ $(6x + 2ay^2)(6x – 2ay^2) = 36x^2 – 4a^2y^4$

$25a^2y^4 - \boxed{?} + 9b^2x^2 = (5ay^2 - \boxed{?})^2$ ⟶ $25a^2y^4 – 30ay^2bx + 9b^2x^2 = (5ay^2 – 3bx)^2$

**39.- Desarrolla la expresión $(a + b)^3$ y define la regla que podría aplicarse en otros casos semejantes**

**La expresión $(a + b)^3$ se puede descomponer en: $(a + b)^2 \cdot (a + b)$**
**Hacemos primero $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$**
**Multiplicamos el resultado por $(a +b)$ y resulta:**

$$
\begin{array}{r}
a^2 + 2ab + b^2 \\
a + b \\
\hline
a^2b + 2ab^2 + b^3 \\
a^3 + 2a^2b + ab^2 \quad\quad \\
\hline
a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3
\end{array}
$$

A partir del resultado podemos definir la siguiente regla: **"El cubo de la suma de un binomio es igual al cubo del primer término más el triple del cuadrado del primer término por el segundo más el triple del primero por el cuadrado del segundo más es cubo del segundo"**

**40.- Aplica la regla anterior para desarrollar el cubo de los siguientes binomios**

$(5a + 3b)^3 = \mathbf{125a^3 + 225a^2b + 135ab^2 + 27b^3}$

$(3x + 2y)^3 = \mathbf{27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3}$

$(2m + 5n)^3 = \mathbf{8m^3 + 60m^2n + 150mn^2 + 125n^3}$

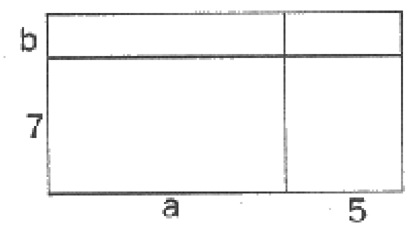
**41.- Desarrolla la expresión $(a – b)^3$ y aplícala para hallar el valor de $(2a – b)^3$**
**La expresión $(a - b)^3$ se puede descomponer en: $(a - b)^2 \cdot (a - b)$**
**Hacemos primero $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$**
**Multiplicamos el resultado por (a +b) y resulta:**

$$
\begin{array}{rrrr}
 & a^2 & - 2ab & + b^2 \\
 & & a & - b \\
\hline
 & - a^2b & + 2ab^2 & - b^3 \\
a^3 & - 2a^2b & + ab^2 & \\
\hline
a^3 & - 3a^2b & + 3ab^2 & - b^3
\end{array}
$$

A partir del resultado podemos definir la siguiente regla: **“El cubo de la diferencia de un binomio es igual al cubo del primer término menos el triple del cuadrado del primer término por el segundo más el triple del primero por el cuadrado del segundo menos es cubo del segundo”**

**Por tanto el valor de $(2a – b)^3$ será: $8a^3 – 12a^2b + 6ab^2 – b^3$**

**42.- Halla el área del siguiente rectángulo**




**Área del rectángulo = base x altura**

**Área de la figura: (a + 5) (b + 7) = ab + 7a + 5b + 35**