

RADICALES

RADICACIÓN

La radicación es la operación inversa de la potenciación ya que tiene por objeto hallar la base conociendo la potencia y el exponente

$$a^n = b \Rightarrow \sqrt[n]{b} = a$$

$$\text{POTENCIACIÓN: } a^n = b \quad \left| \quad \text{RADICACIÓN: } \sqrt[n]{b} = a\right.$$

$$4^3 = 64 \quad \left| \quad \sqrt[3]{64} = 4\right.$$

RAÍZ ENÉSIMA

Raíz n -ésima (enésima) de un número b es otro número a el cual elevado a la potencia n nos da como resultado b .

$$\sqrt[n]{b} = a \Rightarrow a^n = b$$

En el tema de potencias veíamos que $3^4 = 81$, según la definición de raíz podemos decir que 3 es la raíz cuarta de 81

$$\sqrt[4]{81} = 3 \Rightarrow 3^4 = 81$$

$$\sqrt[n]{b} = a \text{ se lee "a es la raíz enésima de b"}$$

n es el índice

$\sqrt{\quad}$ es el signo radical

b es el radicando

a es la raíz

Cuando el índice es 2 se llama raíz cuadrada o radical cuadrático

Cuando el índice es 3 se llama raíz cúbica

Cuando el índice es 4 se llama raíz cuarta, ...

SIGNO DE UNA RAÍZ (VALOR ARITMÉTICO DE UN RADICAL)

* El resultado de una raíz de índice impar tiene el mismo signo que el radicando

$$\sqrt[3]{-27} = -3$$

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

* Toda raíz de índice par y radicando positivo tiene dos soluciones: una positiva y otra negativa

$$\sqrt{16} = \pm 4 \text{ ya que } \pm 4^2 = 16$$

$$\sqrt[4]{16} = \pm 2 \text{ ya que } \pm 2^4 = 16$$

* Una raíz de índice para y radicando negativo no admite solución real

$\sqrt{-16}$ = numero imaginario, ya que no hay ningun numero negativo que elevado al cuadrado de - 16

CLASES DE RADICALES

A) IMAGINARIOS: Son las raíces de índice par y radicando negativo

$$\sqrt[4]{-81}$$

B) REALES: Son los demás tipos de raíces. Pueden ser positivos o negativos

$$\sqrt[3]{-64} = -4$$

$$\sqrt[3]{64} = +4$$

$$\sqrt[4]{625} = \pm 5$$

A su vez los radicales reales pueden ser:

* **RACIONALES:** El radicando es una potencia cuyo exponente es múltiplo del índice

Los radicales racionales tienen solución exacta

$$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2^3} = 2 \cdot 2 = 4$$

* **IRRACIONALES;** El radicando es una potencia cuyo exponente no es múltiplo del índice

Los radicales irracionales no tienen solución exacta

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{4^2 \cdot 3} = 4\sqrt{3}$$

C) Teniendo en cuenta los índices los radicales pueden ser:

* **HOMOGÉNEOS**: Tienen el mismo índice

$$\sqrt[3]{45} ; \sqrt[3]{-8} ; \sqrt[3]{27}$$

* **HETEROGÉNEOS**: Tienen índices distintos

$$\sqrt[4]{64} ; \sqrt{9} ; \sqrt[3]{-18}$$

D) **SEMEJANTES**: Tienen el mismo índice y el mismo radicando

$$5\sqrt{8} ; -3\sqrt{8} ; 7\sqrt{8}$$

E) **EQUIVALENTES**: Tienen el mismo valor

$$\sqrt{4} = \pm 2 ; \sqrt[4]{16} = \pm 2 ; \sqrt[7]{128} = \pm 2$$

PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LAS RAÍCES

Si se multiplican o dividen el exponente del radicando y el índice de la raíz por un mismo número, el resultado de la raíz no varía

$$\sqrt[n]{a^p} = n \cdot m \sqrt[n \cdot m]{a^{p \cdot m}} \Rightarrow \sqrt[3]{4^3} = 3 \cdot 2 \sqrt[3 \cdot 2]{4^{3 \cdot 2}} = \sqrt[6]{4^6} = \pm 4$$

$$\sqrt[n]{a^p} = n/m \sqrt[n/m]{a^{p/m}} \Rightarrow \sqrt[4]{2^8} = 4/2 \sqrt[4/2]{2^{8/2}} = \sqrt{2^4} = \pm 2^2 = \pm 4$$

AMPLIFICACIÓN Y SIMPLIFICACIÓN DE RADICALES

Para amplificar un radical se multiplica el índice de la raíz y el exponente del radicando por un mismo número

$$\sqrt[3]{a^5} = 3 \cdot 2 \sqrt[3 \cdot 2]{a^{5 \cdot 2}} = \sqrt[6]{a^{10}} ; \sqrt[3]{7^2} = 3 \cdot 4 \sqrt[3 \cdot 4]{7^{2 \cdot 4}} = \sqrt[12]{7^8}$$

Para simplificar una radical se divide el índice de la raíz y el exponente del radicando por un mismo número

$$\sqrt[4]{a^2} = 4/2 \sqrt[4/2]{a^{2/2}} = \sqrt[2]{a} ; \sqrt[9]{5^3} = 9/3 \sqrt[9/3]{5^{3/3}} = \sqrt[3]{5}$$

REDUCCIÓN DE RADICALES A ÍNDICE COMÚN (HOMOGEINIZACIÓN DE RADICALES)

Es una aplicación de la propiedad fundamental

El proceso es el siguiente:

a) se halla el m.c.m. de los índices que será el índice común

b) se divide el índice común por cada índice y el cociente se multiplica por el exponente del radicando

Ej.: Homogeiniza los radicales siguientes: $\sqrt[3]{2} ; \sqrt{3^3} ; \sqrt[4]{5^2}$
m.c.m. (3, 2, 4) = 12
 $\sqrt[12]{2^4} ; \sqrt[12]{3^{18}} ; \sqrt[12]{5^6}$

Este proceso es semejante al empleado para reducir fracciones a común denominador

EXTRAER FACTORES FUERA DEL SIGNO RADICAL

Cuando un factor que forma parte del radicando tiene un exponente igual o mayor que el índice de la raíz se puede extraer total o parcialmente fuera del signo radical.

Proceso: - se divide el exponente del radicando por el índice de la raíz

- el cociente se coloca como exponente del factor fuera del signo radical

- resto de la división se coloca como exponente del factor dentro del signo radical

Ej.: $\sqrt[n]{a^n \cdot b^m} = a \sqrt[n]{b^m} \quad \sqrt[9]{a^{18} \cdot b^9 \cdot c^{32}} = a^2 \cdot b \cdot c^3 \sqrt[9]{c^5}$

INTRODUCIR FACTORES DENTRO DEL SIGNO RADICAL

Para introducir un factor dentro del signo radical se multiplica su exponente por el índice del radical y el resultado se introduce como factor bajo el signo radical

Ej.: $a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b} ; 2\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3}$

RAÍZ DE UN PRODUCTO: PROPIEDAD DISTRIBUTIVA RESPECTO DE LA MULTIPLICACIÓN
 La raíz de un producto de varios números es igual al producto de las raíces de cada uno de ellos

$$\text{Ej.: } \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \quad ; \quad \sqrt[3]{4 \cdot 3 \cdot 5} = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{5}$$

MULTIPLICACIÓN DE RADICALES

Permutando los miembros de las igualdades anteriores resulta:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \quad ; \quad \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{4 \cdot 3 \cdot 5} \quad \text{de donde se deduce que:}$$

El producto de radicales homogéneos da como resultado otro radical del mismo índice y cuyo radicando es el producto de los radicandos

$$\text{Ej.: } \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{a \cdot b \cdot c} \quad ; \quad \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{5 \cdot 7 \cdot 9}$$

Para multiplicar radicales es necesario que sean homogéneos

Si los radicales no son homogéneos (tienen índices distintos) hay que homogeneizarlos antes de efectuar la multiplicación

$$\text{Ej.: } \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{2^6} \cdot \sqrt[12]{3^4} \cdot \sqrt[12]{5^3} = \sqrt[12]{2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^3}$$

RAÍZ DE UN COCIENTE: PROPIEDAD DISTRIBUTIVA RESPECTO DE LA DIVISIÓN

La raíz de un cociente de dos números es igual al cociente de las raíces del dividendo y del divisor

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} \quad ; \quad \sqrt[3]{\frac{8}{7}} = \sqrt[3]{8} : \sqrt[3]{7}$$

DIVISIÓN DE RADICALES

Permutando los miembros de las igualdades anteriores resulta

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad ; \quad \sqrt[3]{8} : \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{\frac{8}{7}} \quad \text{de donde se deduce que:}$$

El cociente de radicales homogéneos es otro radical del mismo índice y cuyo radicando es el cociente de los radicandos.

Por tanto:

Para dividir radicales homogéneos se extrae la raíz, con el mismo índice, del cociente de los radicandos.

$$\text{Ej.: } \sqrt[n]{b} : \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{\frac{b}{a}} \quad ; \quad \sqrt[3]{7} : \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{\frac{7}{9}}$$

Si los radicales **no son homogéneos** hay que homogeneizarlos antes de dividir

$$\text{Ej.: } \sqrt[3]{a^2} : \sqrt[4]{a} = \sqrt[12]{a^8} : \sqrt[12]{a^3} = \sqrt[12]{a^5}$$

POTENCIA DE UNA RADICAL

Para elevar un radical a una potencia se eleva el radicando a dicha potencia

$$\text{Ej.: } (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} \quad ; \quad \left(\sqrt[4]{5^2}\right)^3 = \sqrt[4]{5^6}$$

$$\left(3\sqrt{x^2}\right)^3 = 3^3 \sqrt{x^6} = 27x^3$$

RAÍZ DE UNA POTENCIA

La raíz de una potencia es otra potencia que tiene la misma base y por exponente el cociente entre el exponente del radicando y el índice del radical

$$\text{Ej.: } \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad ; \quad \sqrt[3]{a^9} = a^{\frac{9}{3}} = a^3$$

$$\sqrt[5]{a^2} = a^{\frac{2}{5}}$$

Si el exponente es múltiplo del índice el resultado es una potencia entera

Si el exponente no es múltiplo del índice el resultado es una potencia racional

De aquí se deduce que **toda expresión elevada a un exponente racional o fraccionario es equivalente a un radical de índice el denominador y radicando la expresión elevada al numerador**

$$\text{Ej.: } a^{\frac{n}{d}} = \sqrt[d]{a^n} \quad 27^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{27^2} = \sqrt[3]{(3^3)^2} = \sqrt[3]{3^6} = 3^2 = 9$$

RAÍZ DE UN RADICAL

La raíz de un radical da como resultado otro radical del mismo radicando y cuyo índice es el producto de los índices

$$\text{Ej.: } \sqrt[m]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[m \cdot p]{a} \quad ; \quad \sqrt{\sqrt[3]{5}} = 2 \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[6]{5}$$

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE RADICALES

Para sumar o restar radicales deben ser semejantes (mismo índice y mismo radicando)

La adición y sustracción de radicales semejantes da como resultado otro radical semejante, cuyo coeficiente se obtiene sumando o restando los coeficientes de los radicales

$$\text{Ej.: } 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\text{Ej.: } \sqrt{8} + 2\sqrt{18} = \sqrt{2^3} + 2\sqrt{3^2 \cdot 2} = 2\sqrt{2} + 2 \cdot 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

A veces los radicales no semejantes se pueden transformar en otros que sí son semejantes

$$\text{Ej.: } 3\sqrt{2} - 5\sqrt{8} + 7\sqrt{72} =$$

$$3\sqrt{2} - 5\sqrt{2^3} + 7\sqrt{2^3 \cdot 3^2} =$$

$$3\sqrt{2} - 5 \cdot 2\sqrt{2} + 7 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{2} =$$

$$3\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 42\sqrt{2} =$$

$$35\sqrt{2}$$

RACIONALIZACIÓN DE DENOMINADORES

Es convertir en racional una expresión fraccionaria cuyo denominador sea irracional.

Consiste en quitar los radicales del denominador de una fracción

Proceso:

- * Si el denominador tiene un solo término y es una raíz cuadrada basta con multiplicar por dicha raíz a los dos términos de la fracción

$$\text{Ej.: } \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

- * Si el denominador es un binomio irracional cuadrático se multiplica al numerador y al denominador por el conjugado del denominador

(Llamamos binomio irracional cuadrático a las expresiones del tipo: $3 + \sqrt{5}$ o también $\sqrt{a} + \sqrt{b}$)

(Dos binomios irracionales cuadráticos que sólo se diferencian en el signo de uno de los términos se llaman irracionales conjugados)

Las expresiones del tipo::

$$\begin{array}{l} 3 + \sqrt{5} \quad \text{y} \quad 3 - \sqrt{5} \\ \sqrt{3} + \sqrt{2} \quad \text{y} \quad \sqrt{3} - \sqrt{2} \end{array} \text{ se llaman irracionales conjugados}$$

Ejemplo de racionalización de una fracción cuyo denominador es un binomio irracional cuadrático

$$\frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})}{(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{7 - 2\sqrt{21} + 3}{7 - 3} = \frac{10 - 2\sqrt{21}}{4} = \frac{2(5 - \sqrt{21})}{4} = \frac{5 - \sqrt{21}}{2}$$

* Si el denominador es un radical de índice cualquiera se multiplican los dos términos de la fracción por una raíz que origine en el denominador un radical racional que nos permita eliminar la raíz.

$$\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt[3]{6}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{6^2}}{2\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{6^2}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{6^2}}{2 \cdot \sqrt[3]{6^3}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{6^2}}{2 \cdot 6} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{6^2}}{12}$$

EJERCICIOS DE REFUERZO SOBRE RADICALES

1.- Clasifica las siguientes expresiones

$$\sqrt{2} = \mathbf{I}$$

$$\sqrt{49} = \mathbf{R}$$

$$\sqrt[3]{5} = \mathbf{I}$$

$$\sqrt[3]{27} = \mathbf{R}$$

$$\sqrt[3]{-27} = \mathbf{R}$$

$$\sqrt[5]{-32} = \mathbf{R}$$

$$\sqrt[4]{-16} = \mathbf{IM}$$

$$\sqrt{0'25} = \mathbf{R}$$

$$\sqrt{-4} = \mathbf{IM}$$

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \mathbf{R}$$

2.- ¿Son equivalentes las expresiones $(\sqrt{-3})^2$ y $\sqrt{(-3)^2}$? Razona la respuesta

No, la primera no tiene solución real ya que equivale a $\sqrt{-3^2}$; la segunda tiene solución real ya que equivale a $\sqrt{9} = \pm 3$

3.- Halla la raíz cuadrada de:

$$\sqrt{196} = \mathbf{14} \quad \mathbf{Resto = 0}$$

$$\sqrt{19683} = \mathbf{140} \quad \mathbf{Resto = 83}$$

$$\sqrt{378924} = \mathbf{615} \quad \mathbf{Resto = 699}$$

4.- Calcula la raíz cúbica de 0'000000216

$$\sqrt[3]{0'000000216} = \sqrt[3]{\frac{216}{1000000000}} = \sqrt[3]{\frac{3^3 \cdot 2^3}{10^9}} = \frac{3 \cdot 2}{10^3} = \mathbf{0'006}$$

5.- Simplifica los radicales siguientes:

$$\sqrt[10]{32} = \sqrt[10]{32} = \sqrt[10]{2^5} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt[6]{a^3} = \sqrt[3]{a}$$

$$\sqrt[4]{576} = \sqrt[4]{2^6 \cdot 3^2} = \sqrt{2^3 \cdot 3}$$

$$\sqrt[15]{a^{10}} = \sqrt[3]{a^2}$$

$$\sqrt[6]{a^4} = \sqrt[3]{a}$$

$$\sqrt[6]{a^2 b^4} = \sqrt[3]{ab^2}$$

$$\sqrt[4]{3^6} = \sqrt{3^3}$$

$$\sqrt[6]{1000a^3} = \sqrt[6]{10^3 a^3} = \sqrt{10a}$$

$$\sqrt[30]{-a^{15}} = \sqrt[15]{-a}$$

6.- Transforma los siguientes radicales en otros que sean equivalentes

$$\sqrt[6]{a^4} = \sqrt[3]{a^2}$$

$$\sqrt[10]{a^6} = \sqrt[5]{a^4}$$

$$\sqrt[4]{3^6} = \sqrt{a^3}$$

$$\sqrt[15]{a^{10}} = \sqrt[3]{a^2}$$

$$\sqrt[6]{a^3} = \sqrt[3]{a}$$

$$\sqrt[5]{a^4} = \sqrt[10]{a^8}$$

$$\sqrt[4]{b} = \sqrt[8]{b^2}$$

$$\sqrt[10]{32a^5} = \sqrt[10]{2^5 a^5} = \sqrt{2a}$$

$$\sqrt[4]{25x^2} = \sqrt{5x}$$

$$\sqrt[6]{8x^3 y^3} = \sqrt{2xy}$$

$$\sqrt[9]{64x^3 y^6} = \sqrt[3]{2^2 xy^2}$$

$$\sqrt[15]{-a^5} = \sqrt[3]{-a}$$

$$\sqrt[12]{16a^8} = \sqrt[3]{2a}$$

$$\sqrt{\frac{27m^3 n^6}{125a^6 b^3}} = \sqrt[6]{\frac{3^9 m^9 n^{18}}{5^9 a^{18} b^{27}}}$$

7.- Sacar fuera del signo radical todos los factores que puedas:

$$\sqrt{2x^2 y} = x\sqrt{2y}$$

$$\sqrt[4]{a^7} = a\sqrt[4]{a^3}$$

$$\sqrt[4]{a^8} = a^2$$

$$\sqrt[3]{a^{25}} = a^8\sqrt[3]{a}$$

$$\sqrt[3]{16x^5} = 2x\sqrt[3]{2x^2}$$

$$\sqrt[4]{64x^5 y^6} = 2xy\sqrt[4]{2^2 xy^2}$$

$$\sqrt{\frac{27}{16}} = \frac{3\sqrt{3}}{2^2}$$

$$\sqrt[5]{\frac{64a^6 b^7 c^8}{729x^3 y^6 z^9}} = \frac{2abc\sqrt[5]{2ab^2 c^3}}{3yz\sqrt[5]{3x^3 yz^4}}$$

8.- Introduce los coeficientes dentro del signo radical

$$4^2 x^3 y z^3 \sqrt{x^2} = \sqrt[3]{4^6 x^{11} y^3 z^3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{3}{2}} = \sqrt[3]{\frac{3}{2^4}}$$

$$\frac{2}{3} \sqrt[4]{\frac{2}{5}} = \sqrt[4]{\frac{2^5}{3^4 \cdot 5}}$$

9.- Halla la raíz cúbica de las siguientes potencias

$$a^6 = \sqrt[3]{a^6} = a^2$$

$$x^6 \cdot y^3 \cdot z^9 = \sqrt[3]{x^6 y^3 z^9} = x^2 y z^3$$

10.- Extrae factores fuera del signo radical

$$\sqrt{180} = \sqrt{3^2 \cdot 2^2 \cdot 5} = 2 \cdot 3\sqrt{5} \quad \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2} = 3\sqrt[3]{2} \quad \sqrt[3]{27a^5b^3c^6} = \sqrt[3]{3^3 a^5 b^3 c^6} = 3abc^2\sqrt[3]{a^2}$$

11.- Efectúa los siguientes productos de radicales:

$$\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{5 \cdot 7}$$

$$\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[4]{a^2} = \sqrt[4]{a^5} = a\sqrt[4]{a}$$

$$3\sqrt{15} \cdot 2\sqrt{5} = 6\sqrt{5^2 \cdot 3} = 30\sqrt{3}$$

$$2\sqrt[3]{9} \cdot 2\sqrt[3]{15} = 4\sqrt[3]{3^3 \cdot 5} = 4 \cdot 3\sqrt[3]{5}$$

$$\sqrt[10]{5a^2b} \cdot \sqrt[10]{a^7} = \sqrt[10]{5a^9b}$$

$$\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^6} = 2^3 \cdot 3 = 24$$

$$\sqrt[5]{a} \cdot \sqrt[5]{a^2} = \sqrt[5]{a^3}$$

$$\sqrt[5]{15a^2} \cdot \sqrt[5]{3a^3} = \sqrt[5]{3^2 \cdot 5a^5} = a\sqrt[5]{3^2 \cdot 5}$$

$$2\sqrt{12} \cdot 3\sqrt{6} = 6\sqrt{2^3 \cdot 3^2} = 36\sqrt{2}$$

$$\sqrt[7]{a^2b} \cdot \sqrt[7]{ab^3} = \sqrt[7]{a^3b^4}$$

$$3\sqrt{5} \cdot 6\sqrt{8} = 3 \cdot 6\sqrt{5 \cdot 2^3} = 36\sqrt{5 \cdot 2}$$

12.- Realiza las siguientes divisiones con radicales

$$\sqrt{5} : \sqrt{3} = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$\sqrt[3]{a^2b} : \sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{ab}$$

$$\sqrt[4]{ab^3} : \sqrt[4]{a^3b^2} = \sqrt[4]{\frac{b}{a^2}}$$

$$\sqrt{4} : \sqrt{9} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt[3]{8} : \sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{\frac{2^3}{2^2 \cdot 3}} = \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt[5]{24x^4} : \sqrt[5]{18x^3} = \sqrt[5]{\frac{2^3 \cdot 3x^4}{2 \cdot 3^2 x^3}} = \sqrt[5]{\frac{2^2 x}{3}}$$

$$\sqrt{a^3} : \sqrt{ab^2} = \sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{a}{b}$$

$$\sqrt{27} : \sqrt{12} = \sqrt{\frac{3^3}{3 \cdot 2^2}} = \frac{3}{2}$$

13.- Efectúa las siguientes potencias de radicales

$$(\sqrt[3]{ab^2})^4 = \sqrt[3]{a^4b^8} = ab^2\sqrt[3]{ab^2}$$

$$3\sqrt[4]{(a^3b^6)^2} = 3\sqrt[4]{a^6b^{12}} = 3ab^3\sqrt[4]{a^2}$$

$$(3\sqrt{x})^3 = 3\sqrt{x^3} = 3x\sqrt{x}$$

$$(\sqrt{3ax})^4 = \sqrt{3^4 a^4 x^4} = 3^2 a^2 x^2$$

14.- Realiza las siguientes raíces de radicales:

$$\sqrt[3]{\sqrt{24x}} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 3x}$$

$$\sqrt[4]{\sqrt{\frac{2}{3}ax}} = \sqrt[8]{\frac{2}{3}ax}$$

$$(\sqrt[3]{\sqrt{a}})^4 = \sqrt[6]{a^4} = \sqrt[3]{a^2}$$

$$\sqrt{\sqrt{\frac{3}{2}a^2b^3}} = \sqrt[4]{\frac{3}{2}a^2b^3} =$$

15.- Efectúa las siguientes sumas de radicales

$$3\sqrt[4]{7} + 5\sqrt[4]{7} = 8\sqrt[4]{7}$$

$$3\sqrt[3]{7} + 2\sqrt[3]{7} + 6\sqrt[3]{7} = 11\sqrt[3]{7}$$

$$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = 0\sqrt{2} = 0$$

$$4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

$$6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

16.- Resuelve:

$$\sqrt[3]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

$$\left(\sqrt{a\sqrt{b\sqrt{c\sqrt{d}}}}\right)^{32} = \left(\sqrt[16]{a^8 b^4 c^2 d}\right)^{32} = \sqrt[16]{a^{256} b^{128} c^{64} d^{32}} = a^{16} b^8 c^4 d^2$$

17.- Racionaliza:

$$\frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2 \cdot 3}$$

$$\frac{3}{5\sqrt{18}} = \frac{3\sqrt{18}}{5\sqrt{18} \cdot \sqrt{18}} = \frac{3\sqrt{18}}{5 \cdot 18} = \frac{\sqrt{18}}{5 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$\frac{5}{2\sqrt{a}} = \frac{5\sqrt{a}}{2\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{5\sqrt{a}}{2a}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt[3]{6}} =$$

$$\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{6^2}}{2\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{6^2}} = \frac{\sqrt[6]{5^3 \cdot 2^4 \cdot 3^4}}{2 \cdot 6} = \frac{\sqrt[6]{5^3 \cdot 2^4 \cdot 3^4}}{2^2 \cdot 3}$$

$$\frac{3}{\sqrt[4]{x^2y}} = \frac{3\sqrt[4]{x^2y^3}}{\sqrt[4]{x^2y} \cdot \sqrt[4]{x^2y^3}} = \frac{3\sqrt[4]{x^2y^3}}{xy}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a^2b^2}} = \frac{\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a^2b^2} \cdot \sqrt[3]{ab}} = \frac{\sqrt[3]{ab}}{ab}$$

$$\frac{6}{3\sqrt[3]{5xy}} = \frac{2\sqrt[3]{5xy}}{\sqrt[3]{5xy} \cdot \sqrt[3]{5xy}} = \frac{2\sqrt[3]{5xy}}{5xy}$$

$$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{3^3}}{\sqrt{2^3}} = \frac{\sqrt{3^3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2^3} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{3 \cdot 2}}{\sqrt{2^4}} = \frac{3\sqrt{3 \cdot 2}}{2^2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3^2}} = \frac{\sqrt[6]{2^3 \cdot 3^4}}{3}$$

$$\frac{6x}{\sqrt[5]{ab^2x^2}} = \frac{6x\sqrt[5]{a^4b^3x^3}}{\sqrt[5]{ab^2x^2} \cdot \sqrt[5]{a^4b^3x^3}} = \frac{6x\sqrt[5]{a^4b^3x^3}}{abx}$$

$$= \frac{6\sqrt[5]{a^4b^3x^3}}{ab}$$

$$\frac{3x-2y}{\sqrt[3]{3x^2y^4}} = \frac{(3x-2y)\sqrt[3]{3^2xy^2}}{\sqrt[3]{3x^2y^4} \cdot \sqrt[3]{3^2xy^2}} = \frac{(3x-2y)\sqrt[3]{3^2xy^2}}{3xy^2}$$

18.- Racionaliza:

$$\frac{4}{3+\sqrt{2}} = \frac{4(3-\sqrt{2})}{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})} = \frac{4(3-\sqrt{2})}{3^2-2} = \frac{4(3-\sqrt{2})}{7}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$\frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{c(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$$

$$\frac{8}{3-\sqrt{5}} = \frac{8(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} = \frac{8(3+\sqrt{5})}{3^2-5} = \frac{8(3+\sqrt{5})}{4} = 2(3+\sqrt{5})$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$

$$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{5})(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{(\sqrt{2}+\sqrt{5})(\sqrt{2}-\sqrt{5})} = \frac{2-2\sqrt{10}+5}{2-5} = \frac{7-2\sqrt{10}}{-3}$$

$$\frac{5\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{(5\sqrt{2}-\sqrt{3})(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(2\sqrt{2}+\sqrt{3})(2\sqrt{2}-\sqrt{3})} = \frac{20-7\sqrt{6}+3}{8-3} = \frac{23-7\sqrt{6}}{5}$$

$$\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})} = \frac{7-2\sqrt{21}+3}{7-3} = \frac{10-2\sqrt{21}}{4} = \frac{2(5-\sqrt{21})}{4} = \frac{5-\sqrt{21}}{2}$$

EJERCICIOS DE AMPLIACIÓN SOBRE RADICALES

$$1./ \sqrt{108} - 2\sqrt{48} + 6\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{3^3 + 2^2} - 2\sqrt{2^4 \cdot 3} + \frac{6\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = 3 \cdot 2\sqrt{3} - 2 \cdot 2^2\sqrt{3} + \frac{6\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 0$$

$$2./ \text{ a) } 4\sqrt{\frac{2}{9}} - \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{ b) } 4\sqrt{\frac{2}{9}} - \sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{8\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}{6} = \frac{5\sqrt{2}}{6}$$

$$3./ \sqrt{\frac{2}{9}} - \sqrt{\frac{1}{8}} = \frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2^3}} = \frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{4\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}{12} = \frac{\sqrt{2}}{12}$$

$$4./ \sqrt{\frac{42}{25}} - \sqrt{\frac{21}{8}} = \frac{\sqrt{42}}{5} - \frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{42}}{5} - \frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{42}}{5} - \frac{\sqrt{42}}{4} = \frac{4\sqrt{42} - 5\sqrt{42}}{20} = \frac{-\sqrt{42}}{20}$$

$$5./ 6\sqrt{\frac{2}{3}} - 3\sqrt{\frac{1}{54}} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{3\sqrt{1}}{\sqrt{54}} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{3^3 \cdot 2}} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{3}{3\sqrt{3 \cdot 2}} = \frac{6\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3 \cdot 2}}{6} = \frac{12\sqrt{6} - \sqrt{6}}{6} = \frac{11\sqrt{6}}{6}$$

$$6./ \sqrt{\frac{3}{10}} - \sqrt{\frac{5}{6}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2 \cdot 5}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2 \cdot 3}} = \frac{\sqrt{3 \cdot 2 \cdot 5}}{10} - \frac{\sqrt{5 \cdot 2 \cdot 3}}{6} = \frac{3\sqrt{30} - 5\sqrt{30}}{30} = \frac{-2\sqrt{30}}{30} = -\frac{\sqrt{30}}{15}$$

$$7./ \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})} = \frac{2 - 2\sqrt{2 \cdot 3} + 3}{2 - 3} = \frac{5 - 2\sqrt{6}}{-1}$$

$$8./ \frac{5 - \sqrt{6}}{3 - \sqrt{6}} = \frac{(5 - \sqrt{6})(3 + \sqrt{6})}{(3 - \sqrt{6})(3 + \sqrt{6})} = \frac{15 + 2\sqrt{6} - 6}{9 - 6} = \frac{9 + 2\sqrt{6}}{3}$$

$$9./ \frac{7}{\sqrt{3} + 2\sqrt{5}} = \frac{7(\sqrt{3} - 2\sqrt{5})}{(\sqrt{3} + 2\sqrt{5})(\sqrt{3} - 2\sqrt{5})} = \frac{7(\sqrt{3} - 2\sqrt{5})}{3 - 20} = -\frac{7(\sqrt{3} - 2\sqrt{5})}{17}$$

$$10./ \sqrt{9ax^2 - 18ax + 9a} = \sqrt{9a(x^2 - 2x + 1)} = \sqrt{3^2 a(x-1)^2} = 3(x-1)\sqrt{a}$$

$$11./ \sqrt{3a^2c + 6abc + 3b^2c} = \sqrt{3c(a^2 + 2ab + b^2)} = \sqrt{3c(a+b)^2} = (a+b)\sqrt{3c}$$

$$12./ \sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} \cdot \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} =$$

(multiplicando los radicandos: $(a+b+2\sqrt{ab})(a+b-2\sqrt{ab})$ resulta: $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$)

$$\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} \cdot \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{(a-b)^2} = a-b$$

$$13./ \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x^3}} : x = \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x^3 \cdot x}} = \sqrt[12]{\frac{x^4}{x^9 \cdot x^{12}}} = \sqrt[12]{\frac{x^4}{x^{21}}} = \sqrt[12]{\frac{1}{x^{17}}} = \frac{1}{x} \sqrt[12]{\frac{1}{x^5}}$$

$$14./ \frac{2}{2+\sqrt{2}} - \frac{3}{3-\sqrt{3}} + \frac{10}{2\sqrt{3}+\sqrt{3}} =$$

$$\frac{2}{2+\sqrt{2}} - \frac{3}{3-\sqrt{3}} + \frac{10}{3\sqrt{3}} = \frac{2(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} - \frac{3(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})} + \frac{10\sqrt{3}}{9} = \frac{2(2-\sqrt{2})}{2} - \frac{3(3+\sqrt{3})}{6} + \frac{10\sqrt{3}}{9} =$$

$$\frac{18(2-\sqrt{2}) - 9(3+\sqrt{3}) + 20\sqrt{3}}{18} = \frac{36 - 18\sqrt{2} - 27 - 9\sqrt{3} + 20\sqrt{3}}{18} = \frac{9 - 18\sqrt{2} + 11\sqrt{3}}{18}$$

$$15./ \frac{\sqrt{a^3 a^2 a^3}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt[18]{a^{18}}}{\sqrt{a}} = \frac{a}{\sqrt{a}} = \frac{a\sqrt{a}}{a} = \sqrt{a}$$

$$16./ \frac{\sqrt[4]{27\sqrt{18}}}{\sqrt[3]{12\sqrt[3]{36}\sqrt{24}}} = \frac{\sqrt[4]{3^3 \sqrt{2 \cdot 3^2}}}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 3^3 \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \sqrt{2^3 \cdot 3}}}} = \frac{\sqrt[8]{3^8 \cdot 2}}{\sqrt[18]{2^{19} \cdot 3^{11}}} = \sqrt[72]{\frac{3^{72} \cdot 2^9}{2^{76} \cdot 3^{44}}} = \sqrt[72]{\frac{3^{28}}{2^{67}}}$$

$$17./ \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot 2^4 \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[6]{2} = \sqrt[12]{2^6 \cdot 2^4 \cdot 2^{12} \cdot 3^3 \cdot 2^2} = \sqrt[12]{2^{24} \cdot 3^3} = \sqrt[4]{2^8 \cdot 3} = 2^2 \sqrt[4]{3}$$

$$18./ \sqrt{\sqrt{16+b} + \sqrt{b}} \cdot \sqrt{\sqrt{16+b} - \sqrt{b}} = \sqrt{16} = 4$$

$$19./ \sqrt{0'18} - 2\sqrt{0'50} + 3\sqrt{2} =$$

$$\sqrt{\frac{18}{100}} - 2\sqrt{\frac{50}{100}} + 3\sqrt{2} = \sqrt{\frac{9}{50}} - 2\sqrt{\frac{1}{2}} + 3\sqrt{2} = \frac{3}{5\sqrt{2}} - 2\frac{1}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{10} - \frac{2\sqrt{2}}{2} + 3\sqrt{2} =$$

$$\frac{9\sqrt{2} - 30\sqrt{2} + 90\sqrt{2}}{30} = \frac{69}{30}\sqrt{2} = \frac{23}{10}\sqrt{2}$$

$$20./ \left[(0'027)^{-\frac{2}{4}} \right]^{\frac{4}{6}} = \left[\frac{27}{1000} \right]^{-\frac{8}{24}} = \left[\frac{3^3}{2^3 \cdot 5^3} \right]^{-\frac{8}{24}} = \left[\frac{2^3 \cdot 5^3}{3^3} \right]^{\frac{8}{24}} = \sqrt[24]{\left(\frac{2^3 \cdot 5^3}{3^3} \right)^8} = \frac{2 \cdot 5}{3}$$

$$21./ \frac{m\sqrt{n} + n\sqrt{m}}{\sqrt{m} + \sqrt{n}} =$$

$$\frac{(m\sqrt{n} + n\sqrt{m})(\sqrt{m} - \sqrt{n})}{(\sqrt{m} + \sqrt{n})(\sqrt{m} - \sqrt{n})} = \frac{m\sqrt{nm} - m\sqrt{n^2} + n\sqrt{m^2} - n\sqrt{mn}}{m - n} = \frac{m\sqrt{nm} - mn + nm - n\sqrt{mn}}{m - n} =$$

$$\frac{(m - n)\sqrt{mn}}{m - n} = \sqrt{mn}$$

$$22./ 2\sqrt{8b^3} - 18\sqrt{b^3} + 4\sqrt{128b^2} =$$

$$2\sqrt{2^3 b^3} - 18\sqrt{b^3} + 4\sqrt{2^7 b^2} = 2 \cdot 2b\sqrt{2b} - 18b\sqrt{b} + 4 \cdot 2^3 b\sqrt{2} = 4b\sqrt{2b} - 18b\sqrt{b} + 32b\sqrt{2} =$$

$$2b(2\sqrt{2b} - 9\sqrt{b} + 16\sqrt{2})$$

$$23./ \sqrt{(1+x)\sqrt{x}} = \sqrt[4]{(1+x)^2 x}$$

$$24./ 3\sqrt[3]{3\sqrt{3}} = \sqrt[9]{3^{13} \cdot 3^4} = \sqrt[9]{3^{17}} = 3\sqrt[9]{3^8}$$

$$25./ \frac{\sqrt[4]{2-1}}{\sqrt[4]{2+1}} = \frac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{3}} = \frac{1\sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{3^3}} = \frac{\sqrt[4]{3^3}}{3}$$

$$26./ \sqrt{\frac{x}{y^2} + \frac{1}{y}} + \sqrt{\frac{x+y}{y^2}} = \sqrt{\frac{x+y}{y^2}} + \sqrt{\frac{x+y}{y^2}} = \frac{\sqrt{x+y}}{y} + \frac{\sqrt{x+y}}{y} = 2\frac{\sqrt{x+y}}{y}$$

$$27./ \frac{a+1}{a-1} \sqrt{\frac{a^2-2a+1}{a^2+2a+1}} = \frac{a+1}{a-1} \cdot \frac{\sqrt{(a-1)^2}}{\sqrt{(a+1)^2}} = \frac{(a+1)(a-1)}{(a-1)(a+1)} = 1$$

$$28./ (2a-1) \sqrt{\frac{1}{4a^2-4a+1}} = (2a-1) \sqrt{\frac{1}{(2a-1)^2}} = (2a-1) \cdot \frac{1}{(2a-1)} = 1$$

$$29./ 2\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{1}{5}\sqrt{\frac{3}{8}} - 5\sqrt{\frac{1}{24}} =$$

$$2\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{1}{5}\sqrt{\frac{3}{2^3}} - 5\sqrt{\frac{1}{2^3 \cdot 3}} = \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{5 \cdot 2^2} - \frac{5\sqrt{2 \cdot 3}}{2^2 \cdot 3} = \frac{40\sqrt{6} - 3\sqrt{6} - 25\sqrt{6}}{60} = \frac{12\sqrt{6}}{60} = \frac{\sqrt{6}}{5}$$

$$30./ 3\sqrt{\frac{18}{3}} - \frac{2}{5}\sqrt{600} + \frac{1}{6}\sqrt{\frac{162}{27}} =$$

$$3\sqrt{2 \cdot 3} - \frac{2}{5}\sqrt{2^3 \cdot 3 \cdot 5^2} + \frac{1}{6}\sqrt{2 \cdot 3} = 3\sqrt{6} - \frac{2 \cdot 2 \cdot 5}{5}\sqrt{6} + \frac{1}{6}\sqrt{6} = 3\sqrt{6} - 4\sqrt{6} + \frac{1}{6}\sqrt{6} = \frac{(18-24+1)\sqrt{6}}{6} = -\frac{5}{6}\sqrt{6}$$

EJERCICIOS CON RADICALES

- 1.- ¿A qué se llama raíz enésima de un número?
- 2.- ¿Qué tipo de operación es la radicación? ¿Por qué?
- 3.- Escribe las siguientes igualdades en forma de raíces

a) $(-3)^2 = 9 \Rightarrow \sqrt{(-3)^2} = -3$

b) $4^3 = 64 \Rightarrow \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

c) $(-6)^2 = 36 \Rightarrow \sqrt{(-6)^2} = -6$

d) $x^n = y \Rightarrow \sqrt[n]{x} = y$

- 4.- Para probar que una expresión es la raíz enésima de otra (radicando) basta con elevarla a la enésima potencia y comprobar que se obtiene el radicando

Aplica lo anterior a los siguientes casos:

$\sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow 2^3 = 8$ $\sqrt[6]{64} = 2 \Rightarrow 2^6 = 64$

$\sqrt[4]{a} = 12 \Rightarrow 12^4 = a$ $\sqrt[5]{243} = 3 \Rightarrow 3^5 = 243$

$\sqrt[5]{-32} = -2 \Rightarrow -2^5 = -32$ $\sqrt[n]{x} = y \Rightarrow y^n = x$

- 5.- ¿Qué ocurre a una raíz de índice par y radicando positivo? Escribe varios ejemplos
- 6.- ¿Qué ocurre si el índice es par y el radicando negativo? Escribe varios ejemplos
- 7.- ¿Qué signo tiene la raíz de índice impar? Compruébalo con varios ejemplos
- 8.- ¿Qué diferencia señalamos entre los radicales siguientes?

a) $\sqrt{4} =$ b) $\sqrt{-4} =$

- 9.- Calcula el valor de las siguientes expresiones:

$\sqrt{49} = \pm 7$

$\sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{2}{5}$

$\sqrt[4]{81} = \pm 3$

$\sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \frac{2}{3}$

$\sqrt[3]{-125} = -5$

$\sqrt[3]{-\frac{64}{1000}} = -\frac{4}{10}$

$\sqrt[3]{27} = +3$

$\sqrt[3]{-27} = -3$

- 10.- Halla la raíz cuadrada, por defecto, de los siguientes números:

a) $\sqrt{3125}$ b) $\sqrt{2456}$ c) $\sqrt{35718}$

- 11.- Halla la raíz cuadrada de los siguientes números aproximando hasta las milésimas

$\sqrt{346'251} =$ $\sqrt{0'36421} =$ $\sqrt{5'37} =$

- 12.- Halla las siguientes raíces:

a) $\sqrt[4]{0'0016} =$ b) $\sqrt[6]{0'000729} =$ c) $\sqrt[3]{0'125} =$ d) $\sqrt[4]{0'0001} =$

- 13.- Simplifica los siguientes radicales

a) $\sqrt[6]{125} =$ b) $\sqrt[10]{a^5 b^{15}} =$ c) $\sqrt[9]{27x^6 y^3} =$ d) $\sqrt[6]{25a^4 b^2} =$ e) $\sqrt[9]{125x^6 z^3} =$ f) $\sqrt[10]{1024a^8 b^4} =$

¿En qué propiedad te has fundado?

Escríbela:

- 14.- Pon el signo = entre los radicales que sean equivalentes

$\sqrt{a^4}$; $\sqrt[4]{3^6}$; $\sqrt[15]{a^{10}}$; $\sqrt[10]{a^8}$; $\sqrt[3]{a^2}$; $\sqrt[5]{a^4}$; $\sqrt[15]{a}$; $\sqrt[9]{a^6}$; $\sqrt[15]{a^{12}}$; $\sqrt{3^3}$; $\sqrt[12]{a^8}$; $\sqrt[30]{a^2}$

- 15.- Reduce los siguientes radicales a índice común

a) $\sqrt[3]{a^2}$; $\sqrt[4]{b}$; $\sqrt[6]{c^5} \Rightarrow$

$$b) \sqrt[4]{a} ; \sqrt[8]{b^3} ; \sqrt[12]{c^{10}} \Rightarrow$$

$$c) \sqrt[5]{a} ; \sqrt{3} ; \sqrt[3]{2^4} \Rightarrow$$

$$d) \sqrt[3]{n^2} ; \sqrt[4]{n^3} ; \sqrt[6]{n^5} \Rightarrow$$

16.- Sacar fuera del signo radical todos los factores que puedas:

$$a) \sqrt[5]{a^5 b^2} =$$

$$b) \sqrt[6]{a^{18} b^6} =$$

$$c) \sqrt[5]{a^5 b^{10}} =$$

$$d) \sqrt[3]{27 x^6 y^2} =$$

$$e) \sqrt[3]{16 x^5 y^2} =$$

$$f) \sqrt[5]{243 x^7 y^6 z^{10}} =$$

$$g) \sqrt[3]{24 x^3 y^2} =$$

$$h) \sqrt[3]{\frac{8 x^2 y^4 z^5}{81 a^4 b}} =$$

17.- Introduce los coeficientes dentro del signo radical

$$a) 3\sqrt{2} =$$

$$b) 2\sqrt[4]{2^3} =$$

$$c) a^2 \sqrt{b} =$$

$$d) a^2 \sqrt[3]{ab} =$$

$$e) a^3 b^2 \sqrt[3]{a^2 b} =$$

$$f) \frac{2}{3} \sqrt[4]{\frac{2}{5}} =$$

18.- ¿Qué dice la propiedad distributiva aplicada a las raíces de un producto y de un cociente?

19.- Efectúa las siguientes operaciones:

$$a) \sqrt{8} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{75} =$$

$$b) \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{27}} =$$

20.- Efectúa los siguientes radicales

$$a) \sqrt{81 x^6 y^8 z^4} =$$

$$b) \sqrt[4]{256 a^8 b^4} =$$

21.- Extrae factores fuera del signo radical

$$a) \sqrt[3]{a^4 b^5 c^3} =$$

$$b) \sqrt{16 a^5 b^4} =$$

$$c) \sqrt{300} =$$

$$d) \sqrt{12} =$$

22.- Halla la raíz cuadrada de las siguientes expresiones

$$a) 49 a^2 b^6 =$$

$$b) 64 x^4 b^{10} y^6 =$$

$$c) \frac{25}{16} x^2 y^4 =$$

23.- Halla las raíces cúbicas de:

$$a) 64 a^6 b^3 =$$

$$b) 27 x^3 y^9 =$$

$$c) -8 x^6 y^{15} =$$

24.- De los siguientes radicales sacar fuera los factores que puedas:

$$a) \sqrt{200} =$$

$$b) \sqrt[3]{16000} =$$

$$c) \sqrt{720} =$$

25.- De las siguientes igualdades di las que son falsas y sustitúyelas por las verdaderas

a) $\sqrt[3]{-8} = -2$

b) $\sqrt{-4} = -2$

c) $\sqrt[3]{8} = \pm 3$

d) $\sqrt{4} = +2$

26.- Introduce los factores que puedas bajo en signo radical

a) $5x^3\sqrt{x^2y} =$ b) $2x^3\sqrt{3y^2} =$ c) $2m^3\sqrt[4]{m^3} =$ d) $3a^2b\sqrt{ab^2} =$ e) $2\sqrt[3]{\frac{3}{8}} =$ f) $\frac{2a}{b}\sqrt[3]{\frac{3b^2}{4a^2}} =$

a) $5x^3\sqrt{x^2y} =$

b) $2x^3\sqrt{3y^2} =$

c) $2m^3\sqrt[4]{m^3} =$

d) $3a^2b\sqrt{ab^2} =$

e) $2\sqrt[3]{\frac{3}{8}} =$

f) $\frac{2a}{b}\sqrt[3]{\frac{3b^2}{4a^2}} =$

27.- Efectúa los siguientes productos homogeneizando previamente

a) $\sqrt[8]{a^5} \cdot \sqrt[4]{ab^3} =$

b) $\sqrt[4]{ab^3} \cdot \sqrt[3]{a^2b} =$

c) $\sqrt{2a} \cdot \sqrt[3]{5a^2b} =$

d) $\sqrt{2x} \cdot \sqrt[3]{3x^2} \cdot \sqrt[6]{x^5} =$

e) $\sqrt[15]{a^7} \cdot \sqrt[10]{a^6b^9} =$

f) $\sqrt[4]{21a^3} \cdot \sqrt{3a} =$

g) $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a^3} =$

h) $5\sqrt[3]{2} \cdot 4\sqrt{3} =$

i) $4\sqrt{xy} \cdot 3\sqrt[3]{x^2y} =$

j) $3\sqrt[3]{5} \cdot 6\sqrt[4]{8} =$

k) $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[4]{\frac{3}{4}} =$

28.- Efectúa las siguientes divisiones homogeneizando cuando proceda

a) $\sqrt{a} : \sqrt[3]{a} =$

b) $\sqrt[3]{a^2} : \sqrt[4]{a} =$

c) $\sqrt[8]{a^5} : \sqrt[4]{a^3} =$

d) $\sqrt{a^5} : \sqrt[8]{a^3} =$

e) $\sqrt[6]{a^5} : \sqrt[4]{a} =$

f) $\sqrt{ab} : \sqrt[3]{ab^2} =$

g) $\sqrt[3]{3a^3} : \sqrt[4]{3a} =$

h) $\sqrt[5]{2ab^3} : \sqrt{2ab} =$

i) $\sqrt{3a^3b} : \sqrt[3]{6a^2b} =$

j) $\sqrt[3]{9a^2b} : \sqrt[6]{27a} =$

29.- Efectúa

a) $\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a}}{\sqrt[6]{a}} =$

b) $\frac{\sqrt{a^2b} \cdot \sqrt[6]{ab}}{\sqrt[4]{a^3b^2}} =$

c) $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[5]{a^2}} : \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{a^3}} =$

30.- Efectúa y saca fuera del signo radical los factores posibles

$$a) \frac{\sqrt[4]{n} \cdot \sqrt[3]{n}}{\sqrt[6]{n}} =$$

$$b) \frac{\sqrt[4]{a^3 b} \cdot \sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[6]{ab^2}} =$$

$$c) \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt{3}} =$$

31.- Efectúa y saca fuera del radical los factores que puedas:

$$a) \left(\sqrt[3]{a^2}\right)^5 =$$

$$b) \left(\sqrt[4]{ab^3}\right)^2 =$$

$$c) \left(\sqrt[5]{a^3}\right)^3 =$$

$$d) \left(\sqrt{3ab}\right)^3 =$$

$$e) \left(\sqrt[3]{\frac{5}{2}a^2b}\right)^7 =$$

$$f) \left(\sqrt[6]{\frac{8}{3}a^3b^2}\right)^5 =$$

32.- Efectúa las siguientes raíces de radicales

$$a) \sqrt{3\sqrt{2}} =$$

$$b) \sqrt[3]{a\sqrt{b}} =$$

$$c) \sqrt{\sqrt{a} \cdot (\sqrt{b})^5} =$$

$$d) \sqrt[5]{\sqrt[3]{a^4}} =$$

$$e) \left(\sqrt[3]{\sqrt{a}}\right)^4 =$$

$$f) \sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}} =$$

$$g) \left(\sqrt{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b}}\right)^5 =$$

$$h) \sqrt{a^3\sqrt{a^2}\sqrt[4]{a^3}\sqrt{a^4}} =$$

33.- Efectúa las siguientes sumas de radicales sacando factores fuera del signo radical

$$a) \sqrt{32} + \sqrt{50} - \sqrt{18} =$$

$$b) \sqrt{45} + \sqrt{20} =$$

$$c) \sqrt{2} + \sqrt{8} =$$

$$d) 3\sqrt{2} - 3\sqrt{8} + 3\sqrt{18} =$$

$$e) 2\sqrt{2} - \sqrt{50} + 3\sqrt{2} =$$

$$f) \sqrt{32} + \sqrt{50} - \sqrt{8} =$$

$$g) 2a\sqrt{3} - \sqrt{27a^2} + a\sqrt{12} =$$

$$h) \sqrt{12} - \sqrt{48} + \sqrt{27} + \sqrt{75} =$$

34.- Efectúa:

a) $\sqrt{\sqrt{81}} =$

b) $\sqrt{1\sqrt{6\sqrt{5\sqrt{16}}}} =$

c) $\sqrt{25\sqrt{81\sqrt{256}}} =$

d) $\sqrt{3a^2 + \sqrt{6a^4} - \sqrt{25a^8}} =$

35.- Resuelve:

$27^{-\frac{2}{3}} =$

36.- Calcula:

a) $\left[(0'32)^{-\frac{3}{4}}\right]^{\frac{3}{2}} =$

b) $\left(\frac{343}{64}\right)^{-\frac{4}{3}} =$

37.- Calcula:

$\sqrt[3]{4^{\frac{3}{4}}} =$

38.- Calcula:

a) $16^{\frac{3}{4}} =$

b) $0'027^{-\frac{1}{3}} =$

39.- Aplicando el cálculo de radicales simplifica las expresiones:

a) $\left(\sqrt[m]{\sqrt[n]{a^m}}\right) =$

b) $\sqrt[n]{\sqrt{a^{m \cdot n}}} =$

40.- Racionaliza:

a) $\frac{1}{\sqrt{a^3}} =$

b) $\frac{bc}{\sqrt{abc^3}} =$

c) $\frac{2x^2}{\sqrt{x^2y^2}} =$

d) $\frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt{12}} =$

e) $\sqrt[3]{\frac{a^2b}{2ax^2}} =$

41.- Efectúa:

a) $\sqrt{24} - \sqrt{\frac{1}{6}} =$

b) $\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{27} =$

$$\text{c) } \sqrt{\frac{3}{10}} - \sqrt{\frac{5}{6}} =$$

$$\text{d) } 6\sqrt{\frac{2}{3}} - 3\sqrt{\frac{1}{54}} =$$

$$\text{e) } 5\sqrt{\frac{1}{2}} + 3\sqrt{\frac{1}{8}} =$$

$$\text{f) } 4\sqrt{\frac{2}{9}} - \sqrt{\frac{3}{4}} =$$

$$\text{g) } 4\sqrt{\frac{5}{2}} - \frac{1}{8}\sqrt{40} + \sqrt{\frac{125}{2}} =$$

$$\text{h) } \sqrt{108} - 2\sqrt{48} + 6\sqrt{\frac{1}{3}} =$$