RADICALES

RADICACIÓN

La radicación es la operación inversa de la potenciación ya que tiene por objeto hallar la base conociendo la potencia y el exponente

$$a^n = b \quad \Rightarrow \quad \sqrt[n]{b} = a$$

POTENCIACIÓN: $a^n = \mathrm{b}$	RADICACIÓN: $\sqrt[n]{b} = a$
$4^3 = 64$	$\sqrt[3]{64} = 4$

RAÍZ ENÉSIMA

Raíz *n*-ésima (enésima) de un número *b* es otro número *a* el cual elevado a la potencia *n* nos da como resultado *b*.

$$\sqrt[n]{b} = a \quad \Rightarrow \quad a^n = b$$

En el tema de potencias veíamos que $3^4 = 81$, según la definición de raíz podemos decir que 3 es la raíz cuarta de 81

$$\sqrt[4]{81} = 3 \quad \Rightarrow \quad 3^4 = 81$$

$\sqrt[n]{\boldsymbol{b}}$ = **a se lee "a es la raiz enesima de b"**

$neselindice$ $\qquad \sqrt{}$ **es el signo radical**

$beselradicandoaeslaraiz$

Cuando el índice es 2 se llama raíz cuadrada o radical cuadrático
Cuando el índice es 3 se llama raíz cúbica
Cuando el índice es 4 se llama raíz cuarta, …

SIGNO DE UNA RAÍZ (VALOR ARITMÉTICO DE UN RADICAL)

*** El resultado de una raíz de índice impar tiene el mismo signo que el radicando**

$$\sqrt[3]{-27} = -3$$
$$\sqrt[3]{27} = 3$$

*** Toda raíz de índice par y radicando positivo tiene dos soluciones: una positiva y otra negativa**

$$\sqrt{16} = \pm 4 \quad ya\ que \quad \pm 4^2 = 16$$

$\sqrt[4]{16} = \pm 2 \quad ya\ que \ \pm 2^4 = 16$

*** Una raíz de índice par y radicando negativo no admite solución real**

$\sqrt{-16}$ = numero imaginario, ya que no hay ningun numero negativo que elevado al cuadrado de - 16

CLASES DE RADICALES

A) IMAGINARIOS: Son las raíces de índice par y radicando negativo

$\sqrt[4]{-81}$

B) REALES: Son los demás tipos de raíces. Pueden ser positivos o negativos

$\sqrt[3]{-64} = -4 \qquad \sqrt[3]{64} = +4 \qquad \sqrt[4]{625} = \pm 5$

A su vez los radicales reales pueden ser:

* **RACIONALES**: El radicando es una potencia cuyo exponente es múltiplo del índice
Los radicales racionales tienen solución exacta

$$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[3]{2^3 \bullet 2^3} = 2 \bullet 2 = 4$$

* **IRRACIONALES**; El radicando es una potencia cuyo exponente no es múltiplo del índice
Los radicales irracionales no tienen solución exacta

$$\boldsymbol{\sqrt{48} = \sqrt{16 \bullet 3} = \sqrt{4^2 \bullet 3} = 4\sqrt{3}}$$

C) Teniendo en cuenta los índices los radicales pueden ser:

* **HOMOGÉNEOS**: Tienen el mismo índice

$\sqrt[3]{45} \ ; \ \sqrt[3]{-8} \ ; \ \sqrt[3]{27}$

* **HETEROGÉNEOS**: Tienen índices distintos

$\sqrt[4]{64} \ ; \ \sqrt{9} \ ; \ \sqrt[3]{-18}$

D) **SEMEJANTES**: Tienen el mismo índice y el mismo radicando

$5\sqrt{8}$; $-3\sqrt{8}$; $7\sqrt{8}$

E) **EQUIVALENTES**: Tienen el mismo valor

$\sqrt{4} = \pm 2$; $\sqrt[4]{16} = \pm 2$; $\sqrt[7]{128} = \pm 2$

PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LAS RAÍCES

Si se multiplican o dividen el exponente del radicando y el índice de la raíz por un mismo número, el resultado de la raíz no varía

$$\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n\bullet m]{a^{p\bullet m}} \Rightarrow \sqrt[3]{4^3} = \sqrt[3\bullet 2]{4^{3\bullet 2}} = \sqrt[6]{4^6} = \pm 4$$

$$\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n/m]{a^{p/m}} \Rightarrow \sqrt[4]{2^8} = \sqrt[4/2]{2^{8/2}} = \sqrt{2^4} = \pm 2^2 = \pm 4$$

AMPLIFICACIÓN Y SIMPLIFICACIÓN DE RADICALES

Para amplificar un radical se multiplica el índice de la raíz y el exponente del radicando por una mismo número

$$\sqrt[3]{a^5} = \sqrt[3\bullet 2]{a^{5\bullet 2}} = \sqrt[6]{a^{10}} \quad ; \quad \sqrt[3]{7^2} = \sqrt[3\bullet 4]{7^{2\bullet 4}} = \sqrt[12]{7^8}$$

Para simplificar una radical se divide el índice de la raíz y el exponente del radicando por un mismo número

$$\sqrt[4]{a^2} = \sqrt[4/2]{a^{2/2}} = \sqrt[2]{a} \quad ; \quad \sqrt[9]{5^3} = \sqrt[9/3]{5^{3/3}} = \sqrt[3]{5}$$

REDUCCIÓN DE RADICALES A ÍNDICE COMÚN (HOMOGEINIZACIÓN DE RADICALES)

Es una aplicación de la propiedad fundamental

El proceso es el siguiente:

a) se halla el m.c.m. de los índices que será el índice común

b) se divide el índice común por cada índice y el cociente se multiplica por el exponente del radicando

Ej.: Homogeiniza los radicales siguientes: $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt{3^3}$; $\sqrt[4]{5^2}$

$m.c.m.(3,2,4) = 12$ $\quad \sqrt[12]{2^4}$; $\sqrt[12]{3^{18}}$; $\sqrt[12]{5^6}$

Este proceso es semejante al empleado para reducir fracciones a común denominador

EXTRAER FACTORES FUERA DEL SIGNO RADICAL

Cuando un factor que forma parte del radicando tiene un exponente igual o mayor que el índice de la raíz se puede extraer total o parcialmente fuera del signo radical.

Proceso: - se divide el exponente del radicando por el índice de la raíz

- el cociente se coloca como exponente del factor fuera del signo radical

- resto de la división se coloca como exponente del factor dentro del signo radical

Ej.: $\sqrt[n]{a^n \bullet b^m} = a\sqrt[n]{b^m}$ $\quad \sqrt[9]{a^{18}\bullet b^9 \bullet c^{32}} = a^2\bullet b \bullet c^3\sqrt[9]{c^5}$

INTRODUCIR FACTORES DENTRO DEL SIGNO RADICAL

Para introducir un factor dentro del signo radical se multiplica su exponente por el índice del radical y el resultado se introduce como factor bajo el signo radical

$$Ej.: a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \bullet b} \quad ; \quad 2\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{2^3 \bullet 3}$$

RAÍZ DE UN PRODUCTO: PROPIEDAD DISTRIBUTIVA RESPECTO DE LA MULTIPLICACIÓN

La raíz de un producto de varios números es igual al producto de las raíces de cada uno de ellos

$$Ej.: \sqrt[n]{a \bullet b} = \sqrt[n]{a} \bullet \sqrt[n]{b} \quad ; \quad \sqrt[3]{4 \bullet 3 \bullet 5} = \sqrt[3]{4} \bullet \sqrt[3]{3} \bullet \sqrt[3]{5}$$

MULTIPLICACIÓN DE RADICALES

Permutando los miembros de las igualdades anteriores resulta:

$\sqrt[n]{a} \bullet \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \bullet b}$; $\sqrt[3]{4} \bullet \sqrt[3]{3} \bullet \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{4 \bullet 3 \bullet 5}$ de donde se deduce que:

El producto de radicales homogéneos da como resultado otro radical del mismo índice y cuyo radicando es el producto de los radicandos

$$Ej.: \sqrt[n]{a} \bullet \sqrt[n]{b} \bullet \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{a \bullet b \bullet c} \qquad ; \sqrt[3]{5} \bullet \sqrt[3]{7} \bullet \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{5 \bullet 7 \bullet 9}$$

Para multiplicar radicales es necesario que sean homogéneos
Si los radicales no son homogéneos (tienen índices distintos) hay que homogeneizarlos antes de efectuar la multiplicación

$$Ej.: \sqrt{2} \bullet \sqrt[3]{3} \bullet \sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{2^6} \bullet \sqrt[12]{3^4} \bullet \sqrt[12]{5^3} = \sqrt[12]{2^6 \bullet 3^4 \bullet 5^3}$$

RAÍZ DE UN COCIENTE: PROPIEDAD DISTRIBUTIVA RESPECTO DE LA DIVISIÓN
La raíz de un cociente de dos números es igual al cociente de las raíces del dividendo y del divisor

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} \qquad ; \qquad \sqrt[3]{\frac{8}{7}} = \sqrt[3]{8} : \sqrt[3]{7}$$

DIVISIÓN DE RADICALES
Permutando los miembros de las igualdades anteriores resulta

$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad ; \quad \sqrt[3]{8} : \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{\frac{8}{7}}$ de donde se deduce que:

El cociente de radicales homogéneos es otro radical del mismo índice y cuyo radicando es el cociente de los radicandos.
Por tanto:
Para dividir radicales homogéneos se extrae la raíz, con el mismo índice, del cociente de los radicandos.

$$Ej.: \sqrt[n]{b} : \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{\frac{b}{a}} \qquad ; \qquad \sqrt[3]{7} : \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{\frac{7}{9}}$$

Si los radicales **no son homogéneos hay que homogeneizarlos** antes de dividir

$$Ej.: \sqrt[3]{a^2} : \sqrt[4]{a} = \sqrt[12]{a^8 : a^3} = \sqrt[12]{a^5}$$

POTENCIA DE UN RADICAL
Para elevar un radical a una potencia se eleva el radicando a dicha potencia

$$Ej.: \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m} \qquad ; \qquad \left(\sqrt[4]{5^2}\right)^3 = \sqrt[4]{5^6}$$

$$\left(3\sqrt{x^2}\right)^3 = 3^3\sqrt{x^6} = 27x^3$$

RAÍZ DE UNA POTENCIA
La raíz de una potencia es otra potencia que tiene la misma base y por exponente el cociente entre el exponente del radicando y el índice del radical

$$Ej.: \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \qquad ; \quad \sqrt[3]{a^9} = a^{\frac{9}{3}} = a^3$$

$$\sqrt[5]{a^2} = a^{\frac{2}{5}}$$

Si el exponente es múltiplo del índice el resultado es una potencia entera
Si el exponente no es múltiplo del índice el resultado es una potencia racional
De aquí se deduce que **toda expresión elevada a un exponente racional o fraccionario es equivalente a un radical de índice el denominador y radicando la expresión elevada al numerador**

$$Ej.: a^{\frac{n}{d}} = \sqrt[d]{a^n} \qquad 27^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{27^2} = \sqrt[3]{(3^3)^2} = \sqrt[3]{3^6} = 3^2 = 9$$

RAÍZ DE UN RADICAL

La raíz de un radical da como resultado otro radical del mismo radicando y cuyo índice es el producto de los índices

$$Ej.: \sqrt[m]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[m\bullet p]{a} \qquad ; \qquad \sqrt{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[2\bullet 3]{5} = \sqrt[6]{5}$$

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE RADICALES

Para sumar o restar radicales deben ser semejantes (mismo índice y mismo radicando)

La adición y sustracción de radicales semejantes da como resultado otro radical semejante, cuyo coeficiente se obtiene sumando o restando los coeficientes de los radicales

$$Ej.: 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$Ej.: \sqrt{8} + 2\sqrt{18} = \sqrt{2^3} + 2\sqrt{3^2 \bullet 2} = 2\sqrt{2} + 2 \bullet 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

A veces los radicales no semejantes se pueden transformar en otros que sí son semejantes

$$Ej.: 3\sqrt{2} - 5\sqrt{8} + 7\sqrt{72} =$$

$$3\sqrt{2} - 5\sqrt{2^3} + 7\sqrt{2^3 \bullet 3^2} =$$

$$3\sqrt{2} - 5 \bullet 2\sqrt{2} + 7 \bullet 3 \bullet 2\sqrt{2} =$$

$$3\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 42\sqrt{2} =$$

$$35\sqrt{2}$$

RACIONALIZACIÓN DE DENOMINADORES

Es convertir en racional una expresión fraccionaria cuyo denominador sea irracional.

Consiste en quitar los radicales del denominador de una fracción

Proceso:

* **Si el denominador tiene un solo término y es una raíz cuadrada basta con multiplicar por dicha raíz a los dos términos de la fracción**

$$\text{Ej.: } \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\bullet\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

* **Si el denominador es un binomio irracional cuadrático se multiplica al numerador y al denominador por el conjugado del denominador**

(Llamamos binomio irracional cuadrático a las expresiones del tipo: $3 + \sqrt{5}$ o también $\sqrt{a} + \sqrt{b}$)

(Dos binomios irracionales cuadráticos que sólo se diferencian en el signo de uno de los términos se llaman irracionales conjugados)

Las expresiones del tipo::

$3 + \sqrt{5}$ y $3 - \sqrt{5}$

$\sqrt{3} + \sqrt{2}$ y $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ se llaman irracionales conjugados

Ejemplo de racionalización de una fracción cuyo denominador es un binomio irracional cuadrático

$$\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{7-2\sqrt{21}+3}{7-3} = \frac{10-2\sqrt{21}}{4} = \frac{2(5-\sqrt{21})}{4}$$

$$= \frac{5-\sqrt{21}}{2}$$

* **Si el denominador es un radical de índice cualquiera se multiplican los dos términos de la fracción por una raíz que origine en el denominador un radical racional que nos permita eliminar la raíz.**

$$\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt[3]{6}} = \frac{\sqrt{5}\bullet\sqrt[3]{6^2}}{2\sqrt[3]{6}\bullet\sqrt[3]{6^2}} = \frac{\sqrt{5}\bullet\sqrt[3]{6^2}}{2\bullet\sqrt[3]{6^3}} = \frac{\sqrt{5}\bullet\sqrt[3]{6^2}}{2\bullet 6} = \frac{\sqrt{5}\bullet\sqrt[3]{6^2}}{12}$$

PROCEDIMIENTO PARA HALLAR LA RAÍZ CUADRADA DE UN NÚMERO

1 Si el radicando tiene más de dos cifras separamos las cifras en grupos de dos, empezando por la derecha.

2 Calculamos la raíz cuadrada entera o exacta, del primer grupo de cifras de la izquierda

3 El cuadrado de la raíz obtenida se resta del primer grupo de cifras que aparecen en el radicando

4 Hallamos el doble de la raíz y bajamos el siguiente grupo de cifras del radicando, separando la primera cifra a la derecha, dividimos el número que hemos bajado, excepto la cifra de la derecha, entre el doble de la raíz.
El cociente obtenido lo añadimos al doble de la raíz y multiplicamos el número obtenido por dicho cociente
Restamos el número obtenido en el radicando del número que resulta de multiplicar el doble de la raíz por el cociente obtenido en el paso anterior.

5Repetimos el proceso hasta bajar todos los grupos de cifras del radicando.

6 Para ver si el proceso ha sido correcto aplicamos la siguiente fórmula:

$$\text{radicando} = \text{raíz}^2 + \text{resto}$$

Ej.: Hallar la raíz cuadrado del número $\sqrt{89224}$

1.- Separamos las cifras de dos en dos empezando por la derecha

$$\sqrt{8.92.24}$$

2.- El primer número de la raíz es un número que elevado al cuadro se aproxime, sin pasarse, a la cifra o cifras de la izquierda del radicando, en este caso el 8. El primer número de la raíz será, por tanto, el 2.

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{8\ 92\ 24} & \underline{2} \end{array}$$

3.- Restamos el doble de la raíz del primer grupo de cifras por la izquierda del radicando:

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{8\ 92\ 24} & \underline{2} \\ -4 & \\ \hline \ \ 4 & \end{array}$$

4.- Bajamos el siguiente grupo de cifras del radicando y separamos la cifra de la derecha, hallamos el doble de la raíz, dividimos la cifra del radicando (sin la cifra separada) entre el doble de la raíz

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{8\ 92\ 24} & \underline{2} \\ -4 & \\ \hline \ \ 49\ 2 & \end{array}$$

El cociente obtenido lo añadimos al doble de la raíz y multiplicamos el número obtenido por dicho cociente

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{8\ 92\ 24} & \underline{2} \\ -4 & \underline{49 \times 9 = 441} \\ \hline \ \ 49\ 2 & \end{array}$$

Restamos el número obtenido en el radicando del número que resulta de multiplicar el doble de la raíz por el cociente obtenido en el paso anterior.

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{8\ 92\ 24} & \underline{29} \\ -4 & \underline{49 \times 9 = 441} \\ \hline \ \ 492 & \\ \ \ 441 & \\ \hline \ \ \ 51 & \end{array}$$

5.- Bajamos el grupo de cifras siguientes y repetimos el proceso

- Doble de la raíz
- División del radicando, exceptuando la última cifra del radicando, entre doble de la raíz
- El cociente obtenido se lo añadimos al doble de la raíz y multiplicamos el número obtenido por dicho cociente.

```
√8 92 24   |29
– 4        |49 × 9 = 441
  492       |589 × 9 = 5301
  441
    512 4
```

> El producto obtenido no puede ser mayor que la cifra del radicando por lo que multiplicamos por el siguiente número menor, el 8

Este producto no puede ser mayor que el radicando, si es así multiplicamos por el siguiente número menor y restamos del radicando el producto obtenido en el paso anterior.

```
√8.92.24 |298
-4        49 x 9 = 441
  49 2    588 x 8 = 4704
  44 1
    512 4
    470 4
     42 0
```

Prueba de la raíz cuadrada: raíz^2 + resto = radicando

```
    298
    298
   ----
   2384
  2682
  596
  -----
  88804
```

raíz^2 + resto = radicando
88804 + 420 = 89224

RAÍZ CUADRADA DE UN NÚMERO DECIMAL

Para extraer la raíz cuadrada de un número decimal, debemos seguir los siguientes pasos:

1 Se separan grupos de dos cifras a partir de la coma hacia la izquierda (la parte entera) y hacia la derecha (la parte decimal).

2 Si el radicando tiene en su parte decimal un número impar de cifras, se añade un cero a la derecha.

3 Prescindiendo de la coma, se extrae la raíz cuadrada del número que resulta.

4 En la raíz, a partir de la derecha, colocamos un número de cifras decimales igual al número de pares de cifras decimales que hubiere en el radicando. En el resto y también a partir de la derecha, se separan tantas cifras decimales como haya en el radicando.

Ej.:

Hallar la raíz cuadrada del número 72675,687

7 26 75 68 70	269, 58	
-4	46 x 6 = 276	
3 26	529 x 9 = 4761	
276	5385 x 5= 26925	
507 5	53908 x 8 = 431264	
476 1		
31468		
26925		
454370		
431264		resto = 2,3106
23106		

EJERCICIOS CON RADICALES

1.- ¿Qué tipo de operación es la radicación? ¿Por qué?
La radicación es la operación inversa de la potenciación ya que tiene por objeto hallar la base conociendo la potencia y el exponente

$$a^n = b \quad \Rightarrow \quad \sqrt[n]{b} = a$$

POTENCIACIÓN: $a^n = \text{b}$ | RADICACIÓN: $\sqrt[n]{b} = a$

$4^3 = 64$ | $\sqrt[3]{64} = 4$

2.- ¿A qué llamamos raíz enésima de un número?
Raíz *n*-ésima (enésima) de un número *b* es otro número *a* el cual elevado a la potencia *n* nos da como resultado *b*.

$$\sqrt[n]{b} = a \quad \Rightarrow \quad a^n = b$$

$$\sqrt[n]{b} = \text{a se lee "a es la raiz enesima de b"}$$

$$\sqrt{} \quad \text{es el signo radical}$$

Cuando el índice es 2 se llama raíz cuadrada o radical cuadrático
Cuando el índice es 3 se llama raíz cúbica
Cuando el índice es 4 se llama raíz cuarta, …
Ej.: En el tema de potencias veíamos que $3^4 = 81$, según la definición de raíz podemos decir que 3 es la raíz cuarta de 81

$$\sqrt[4]{81} = 3 \quad \Rightarrow \quad 3^4 = 81$$

3.- Escribe las siguientes igualdades en forma de raíces

a) $(-3)^2 = 9 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{(-3)^2} = -3$

b) $4^3 = 64 \quad \Rightarrow \quad \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

c) $(-6) = 36 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{(-6)^2} = -6$

d) $x^n = y \quad \Rightarrow \quad \sqrt[n]{x} = y$

4.- Para probar que una expresión es la raíz enésima de otra (radicando) basta con elevarla a la enésima potencia y comprobar que se obtiene el radicando
Aplica lo anterior a los siguientes casos:

$\sqrt[3]{8} = 2 \quad \Rightarrow \quad 2^3 = 8$

$\sqrt[4]{a} = 12 \quad \Rightarrow \quad 12^4 = a$

$\sqrt[5]{-32} = -2 \quad \Rightarrow \quad -2^5 = -32$

$\sqrt[6]{64} = 2 \quad \Rightarrow \quad 2^6 = 64$

$\sqrt[5]{243} = 3 \quad \Rightarrow \quad 3^5 = 243$

$\sqrt[n]{x} = y \quad \Rightarrow \quad y^n = x$

5.- ¿Qué ocurre a una raíz de índice par y radicando positivo? Escribe varios ejemplos
* Toda raíz de índice par y radicando positivo tiene dos soluciones: una positiva y otra negativa

$$\sqrt{16} = \pm 4 \quad ya\ que \quad \pm 4^2 = 16$$

$$\sqrt[4]{16} = \pm 2 \quad ya\ que \quad \pm 2^4 = 16$$

6.- ¿Qué ocurre si el índice es par y el radicando negativo? Pon un ejemplo
* Una raíz de índice par y radicando negativo no admite solución real

$\sqrt{-16}$ = numero imaginario, ya que no hay ningun numero negativo que elevado al cuadrado de - 16

7.- ¿Qué signo tiene la raíz de índice impar? Compruébalo con varios ejemplos
* El resultado de una raíz de índice impar tiene el mismo signo que el radicando

$$\sqrt[3]{-27} = -3$$

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

8.- ¿Qué diferencia señalamos entre los radicales siguientes?

$a)\ \sqrt{4} = \pm\, 2$ tiene dos soluciones reales

$b)\ \sqrt{-4}$ no tiene solución real $(-4)^2 \neq -4$

9.- Calcula el valor de las siguientes expresiones:

$\sqrt{49} \quad = \pm\ 7$

$\sqrt[4]{81} \quad = \pm\ 3$

$\sqrt[3]{-125} = -\ 5$

$\sqrt[3]{27} \quad = +3$

$\sqrt[3]{-27} \quad = -3$

$\sqrt[3]{\dfrac{8}{125}} = \dfrac{2}{5}$

$\sqrt[4]{\dfrac{16}{81}} = \dfrac{2}{3}$

$\sqrt[3]{-\dfrac{64}{1000}} = -\dfrac{4}{10}$

10.- Halla la raíz cuadrada, por defecto, de los siguientes números:

a) $\sqrt{3125}$ b) $\sqrt{2456}$ c) $\sqrt{35718}$

a) $\sqrt{3125}$ | 55
25 | 105 X 5 = 525
62 5
52 5
100

b) $\sqrt{2456}$ | 49
16 | 89 x 9 = 801
856
801
55

c) $\sqrt{35718}$ | 188
1 | 28 x 8 = 224
257 | 368 x 8 =2944
224
3318
2944
374

11.- Halla la raíz cuadrada de los siguientes números aproximando hasta las milésimas

$\sqrt{346'251} =$ $\sqrt{0'36421} =$ $\sqrt{5'37} =$

$\sqrt{3\ 46,\ 25\ 10}$ | 18, 607
-1 | 28 x 8 = 224
2 4 6 | 366 x 6 = 2196
2 2 4 | 3720
2 2 2 5 | 37207x 7 = 250449
2 1 9 6
2 9 10 00
2 5 04 49
3 05 51

$\sqrt{0,\ 36\ 42\ 10}$ | 0,603
- 36 | 120
0 42 10 | 1203 x 3 = 3609
36 09
6 01

$\sqrt{5,\ 37}$ | 2, 317
- 4 | 43x3 = 129
1 37 | 461x 1 = 461
1 29 | 4627x7 = 32389
0800
461
33900
32389
1511

12.- Halla las siguientes raíces:

a) $\sqrt[4]{0'0016} =$ b) $\sqrt[6]{0'000729}$ c) $\sqrt[3]{0'125} =$ d) $\sqrt[4]{0'0001} =$

a) $\sqrt[4]{0,\ 0016 = 0{,}2 \Rightarrow 0{,}2^4 = 0,\ 0016}$

b) $\sqrt[6]{0{,}000729 = 0{,}3 \Rightarrow 0{,}3^6 = 0{,}000729}$

c) $\sqrt[3]{0{,}125 = 0{,}5 \Rightarrow} \ 0{,}5^3 = 0{,}125$

d) $\sqrt[4]{0.0001 = 0{,}1 \Rightarrow 0}{,}1^4 = 0{,}0001$

13.- Simplifica los siguientes radicales

a) $\sqrt[6]{125}=$ b) $\sqrt[10]{a^5b^{15}}=$ c) $\sqrt[9]{27x^6y^3}$ d) $\sqrt[6]{25a^4b^2}$ e) $\sqrt[9]{125x^6z^3}=$ f) $\sqrt[10]{1024a^8b^4}=$

a) $\sqrt[6]{125} = \sqrt[6]{5^3} = \sqrt{5}$;

b) $\sqrt[10]{a^5b^{15}} = \sqrt{ab^3}$

c) $\sqrt[9]{27x^6y^3} = \sqrt[9]{3^3x^6y^3} = \sqrt[3]{3x^2y}$

d) $\sqrt[6]{25a^4b^2}=\sqrt[6]{5^2a^4b^2} = \sqrt[3]{5a^2b}$

e) $\sqrt[9]{125x^6z^3} = \sqrt[9]{5^3x^6z^3} = \sqrt[3]{5x^2z}$

f) $\sqrt[10]{1024a^8b^4} = \sqrt[10]{10^{10}a^8b^4} = \sqrt[5]{10^5a^4b^2}$

¿En qué propiedad te has fundado? En la propiedad fundamental de las raíces

Escríbela: **Si se multiplican o dividen el exponente del radicando y el índice de la raíz por un mismo número, el resultado de la raíz no varía**

14.- Pon el signo = entre los radicales que sean equivalentes

$\sqrt[6]{a^4}$; $\sqrt[4]{3^6}$; $\sqrt[15]{a^{10}}$; $\sqrt[10]{a^8}$; $\sqrt[3]{a^2}$; $\sqrt[5]{a^4}$; $\sqrt[15]{a}$; $\sqrt[9]{a^6}$; $\sqrt[15]{a^{12}}$; $\sqrt{3^3}$; $\sqrt[12]{a^8}$; $\sqrt[30]{a^2}$

$$\sqrt[3]{a^2} = \sqrt[6]{a^4} = \sqrt[9]{a^6} = \sqrt[12]{a^8} = \sqrt[15]{a^{10}}$$

$$\sqrt{3^3} = \sqrt[4]{3^6}$$

$$\sqrt[5]{a^4} = \sqrt[10]{a^8} = \sqrt[15]{a^{12}}$$

$$\sqrt[15]{a} = \sqrt[30]{a^2}$$

15.- Reduce los siguientes radicales a índice común

a) $\sqrt[3]{a^2}$; $\sqrt[4]{b}$; $\sqrt[6]{c^5}$ $\Rightarrow$ $\sqrt[12]{a^8}$; $\sqrt[12]{b^3}$; $\sqrt[12]{c^{10}}$

b) $\sqrt[4]{a}$; $\sqrt[8]{b^3}$; $\sqrt[12]{c^{10}}$ $\Rightarrow$ $\sqrt[24]{a^6}$; $\sqrt[24]{b^9}$; $\sqrt[24]{c^{20}}$

c) $\sqrt[5]{a}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt[3]{2^4}$ $\Rightarrow$ $\sqrt[30]{a^6}$; $\sqrt[30]{a^{15}}$; $\sqrt[30]{2^{40}}$

d) $\sqrt[3]{n^2}$; $\sqrt[4]{n^3}$; $\sqrt[6]{n^5}$ $\Rightarrow$ $\sqrt[12]{n^8}$; $\sqrt[12]{n^9}$; $\sqrt[12]{n^{10}}$

16.- Saca fuera del signo radical todos los factores que puedas:

a) $\sqrt[5]{a^5b^2} = a\sqrt[5]{b^2}$

b) $\sqrt[6]{a^{18}b^6} = a^3b\sqrt[6]{1}$

c) $\sqrt[5]{a^5b^{10}} = ab^2\sqrt[5]{1}$

d) $\sqrt[3]{27x^6y^2} = \sqrt[3]{3^3x^6y^2} = 3x^2\sqrt[3]{y^2}$

e) $\sqrt[3]{16x^5y^2} = \sqrt[3]{2^4x^5y^2} = 2xy\sqrt[3]{2x^2y^2}$

f) $\sqrt[5]{243x^7y^6z^{10}} = \sqrt[5]{3^5x^7z^{10}} = 3xyz^2\sqrt[5]{x^2y}$

g) $\sqrt[3]{24x^3y^2} = \sqrt[3]{2^3\cdot 3x^3y^2} = 2x\sqrt[3]{3y^2}$

h) $\sqrt[3]{\dfrac{8x^2y^4z^5}{81a^4b}} = \sqrt[3]{\dfrac{2^3x^2y^4z^5}{3^4a^4b}} = \dfrac{2yz\sqrt[3]{x^2y\,z^2}}{3a\sqrt[3]{3ab}}$

17.- Introduce los coeficientes dentro del signo radical

a) $3\sqrt{2} = \sqrt{3^2\cdot 2}$

b) $2\sqrt[4]{2^3} = \sqrt[4]{2^7}$

c) $a^2\sqrt{b} = \sqrt{a^4b}$

d) $a^2\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a^7b}$

e) $a^3b^2\sqrt[3]{a^2b} = \sqrt[3]{a^{11}b^2}$

f) $\dfrac{2}{3}\sqrt[4]{\dfrac{2}{5}} = \sqrt[4]{\dfrac{2^5}{3^4\cdot 5}}$

18.- ¿Qué dice la propiedad distributiva aplicada a las raíces de un producto y de un cociente?

La raíz de un producto de varios números es igual al producto de las raíces de cada uno de ellos

$$Ej.: \sqrt[n]{a \bullet b} = \sqrt[n]{a} \bullet \sqrt[n]{b} \quad ; \quad \sqrt[3]{4 \bullet 3 \bullet 5} = \sqrt[3]{4} \bullet \sqrt[3]{3} \bullet \sqrt[3]{5}$$

La raíz de un cociente de dos números es igual al cociente de las raíces del dividendo y del divisor

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} \quad ; \quad \sqrt[3]{\frac{8}{7}} = \sqrt[3]{8} : \sqrt[3]{7}$$

19.- Efectúa las siguientes operaciones:

a) $\sqrt{8} \bullet \sqrt{6} \bullet \sqrt{75} = \sqrt{2^3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 3} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

b) $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{27}} = \dfrac{\sqrt{2^2 \cdot 3}}{\sqrt{3^3}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \dfrac{2}{3}$

20.- Efectúa los siguientes radicales

a) $\sqrt{81x^6y^8z^4} = \sqrt{3^4x^6y^8z^4} = 3^2 \cdot x^3 \cdot y^4 \cdot z^2$

b) $\sqrt[4]{256a^8b^4} = \sqrt[4]{2^8a^8b^4} = 2^2a^2b$

21.- Extrae factores fuera del signo radical

a) $\sqrt[3]{a^4b^5c^3} = \mathrm{abc}\sqrt[3]{\mathrm{ab^2}}$

b) $\sqrt{16a^5b^4} = \sqrt{2^4\mathrm{a^5b^4}} = 2^2a^2b^2\sqrt{a}$

c) $\sqrt{300} = \sqrt{2^2 \cdot 3 \cdot 5^2} = 2 \cdot 5\sqrt{3}$

d) $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$

22.- Halla la raíz cuadrada de las siguientes expresiones

a) $49a^2b^6 = \sqrt{7^2\mathrm{a^2b^6}} = 7\mathrm{ab^3}$

b) $64x^4b^{10}y^6 = \sqrt{2^6\mathrm{x^4b^{10}y^6}} = 2^3\mathrm{x^2b^5y^3}$

c) $\dfrac{25}{16}x^2y^4 = \sqrt{\dfrac{5^2}{2^4}\mathrm{x^2y^4}} = \dfrac{5}{2^2}\mathrm{xy^2}$

23.- Halla las raíces cúbicas de:

a) $64a^6b^3 = \sqrt[3]{2^6a^6b^3} = 2^2a^2b$

b) $27x^3y^9 = \sqrt[3]{3^3x^3y^9} = 3xy^3$

c) $-8x^6y^{15} = \sqrt[3]{-2^3\mathrm{x^6y^{15}}} = -2\mathrm{x^2y^5}$

24.- De los siguientes radicales saca fuera los factores que puedas:

a) $\sqrt{200} = \sqrt{2^3 \cdot 5^2} = 2 \cdot 5\sqrt{2}$

b) $\sqrt[3]{16000} = \sqrt[3]{2^6 \cdot 5^2} = 2^2\sqrt[3]{5^2}$

c) $\sqrt{720} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5} = 2^2 \cdot 3\sqrt{5}$

25.- De las siguientes igualdades di las que son falsas y sustitúyelas por las verdaderas

$a)$ $\sqrt[3]{-8} = -2$ *Verdadera*

$b)$ $\sqrt{-4} = -2$ *Falsa* $(-2)^2 \neq -4$

$c)$ $\sqrt[3]{8} = \pm 3$ *Falsa. Las raices* de índice impar son del mismo signo que el radicando $\sqrt[3]{8} = +3$

$d)$ $\sqrt{4} = +2$ Falsa. Las raíces de índice par y radicando positivo tienen dos soluciones, una positiva y otra negativa $\sqrt{4} = \pm 2$

26.- Introduce los factores que puedas bajo en signo radical

a) $5x\sqrt[3]{x^2y} = \sqrt[3]{5^3x^5y}$

b) $2x\sqrt[3]{3y^2} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3x^3y^2}$

c) $2m^3\sqrt[4]{m^3} = \sqrt[4]{2^4m^{15}}$

d) $3a^2b^2\sqrt{a} = \sqrt{3^2a^5b^4}$

e) $2\sqrt[3]{\frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{2^3 \cdot 3}{8}}$

f) $\frac{2a}{b}\sqrt[3]{\frac{3b^2}{4a^2}} = \sqrt[3]{\frac{2^3 \cdot 3a^3b^2}{4a^2b^3}}$

27.- Efectúa los siguientes productos homogeneizando previamente

a) $\sqrt[6]{a^5} \bullet \sqrt[4]{ab^3} = \sqrt[12]{a^{10}} \cdot \sqrt[12]{a^3b^9} = \sqrt[12]{a^{13}b^9}$

b) $\sqrt[4]{ab^3} \bullet \sqrt[3]{a^2b} = \sqrt[12]{a^3b^9} \cdot \sqrt[12]{a^8 \cdot b^4} = \sqrt[12]{a^{11}b^{13}}$

c) $\sqrt{2a} \bullet \sqrt[3]{5a^2b} = \sqrt[6]{2^3a^3} \cdot \sqrt[6]{5^2a^4b^2} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 5^2a^7b^2}$

d) $\sqrt{2x} \bullet \sqrt[3]{3x^2} \bullet \sqrt[6]{x^5} = \sqrt[6]{2^3 \cdot x^3} \cdot \sqrt[6]{3^2x^4} \cdot \sqrt[6]{x^5} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 3^2x^{12}}$

e) $\sqrt[15]{a^7} \bullet \sqrt[10]{a^6b^9} = \sqrt[30]{a^{14}} \cdot \sqrt[30]{a^{18}b^{27}} = \sqrt[30]{a^{32}b^{27}}$

f) $\sqrt[4]{21a^3} \bullet \sqrt{3a} = \sqrt[4]{3 \cdot 7a^3} \cdot \sqrt{3a} = \sqrt[4]{3 \cdot 7a^3} \cdot \sqrt[4]{3^2a^2} = \sqrt[4]{3^3 \cdot 7a^5}$

g) $\sqrt{a} \bullet \sqrt[3]{a} \bullet \sqrt[4]{a^3} = \sqrt[12]{a^6} \cdot \sqrt[12]{a^4} \cdot \sqrt[12]{a^9} = \sqrt[12]{a^{19}}$

h) $5\sqrt[3]{2} \bullet 4\sqrt{3} = 5\sqrt[6]{2^2} \cdot 4\sqrt[6]{3^3} = 20\sqrt[6]{2^2 \cdot 3^3}$

i) $4\sqrt{xy} \bullet 3\sqrt[3]{x^2y} = 4\sqrt[6]{x^3y^3} \cdot 3\sqrt[6]{x^4y^2} = 12 \cdot \sqrt[6]{x^7y^5}$

j) $3\sqrt[3]{5} \bullet 6\sqrt[4]{8} = 3\sqrt[12]{5^4} \cdot 6\sqrt[12]{8^3} = 18\sqrt[12]{5^4 \cdot (2^3)^3} = 18\sqrt[12]{5^4 \cdot 2^9}$

k) $\sqrt{\frac{2}{3}} \bullet \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \bullet \sqrt[4]{\frac{3}{4}} = \sqrt[12]{\frac{2^6}{3^6}} \cdot \sqrt[12]{\frac{2^4}{5^4}} \cdot \sqrt[12]{\frac{3^4}{(2^2)^2}} = \sqrt[12]{\frac{2^6 \cdot 2^4 \cdot 3^4}{3^6 \cdot 5^4 \cdot 2^4}} = \sqrt[12]{\frac{2^6}{3^2 \cdot 5^4}}$

28.- Efectúa las siguientes divisiones homogeneizando cuando proceda

a) $\sqrt{a} : \sqrt[3]{a} = \sqrt[6]{a^3} : \sqrt[6]{a^2} = \sqrt[6]{a}$

b) $\sqrt[8]{a^5} : \sqrt[8]{a^6} = \sqrt[8]{a^{-1}} = \sqrt[8]{\frac{1}{a}}$

c) $\sqrt[12]{a^{10}} : \sqrt[12]{a^3} = \sqrt[12]{a^7}$

d) $\sqrt[12]{3^4a^{12}} : \sqrt[12]{3^2a^3} = \sqrt[12]{3^2a^9}$

e) $\sqrt{3a^3b} : \sqrt[3]{6a^2b} = \sqrt[6]{3^3a^9b^3} : \sqrt[6]{2^2 \cdot 3^2a^4b^2} = \sqrt[6]{2^2 \cdot 3a^5b}$

f) $\sqrt{a^5} : \sqrt[8]{a^3} = \sqrt[8]{a^{20}} : \sqrt[8]{a^3} = \sqrt[8]{a^{17}}$

g) $\sqrt[5]{2ab^3} : \sqrt{2ab} = \sqrt[10]{2^2a^2b^6} : \sqrt[10]{2^5a^5b^5} = \sqrt[10]{2^{-3}a^{-3}b^6} = \sqrt[10]{\frac{b^6}{2^3a^3}}$

h) $\sqrt[3]{9a^2b} : \sqrt[6]{27a} = \sqrt[3]{3^2a^2b} : \sqrt[6]{3^3a} = \sqrt[6]{3^4a^4b^2} : \sqrt[6]{3^3a} = \sqrt[6]{3a^3b^2}$

i) $\sqrt[3]{a^2} : \sqrt[4]{a} = \sqrt[12]{a^4} : \sqrt[12]{a^3} = \sqrt[12]{a}$

29.- Efectúa

a) $\dfrac{\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{a}}{\sqrt[6]{a}} = \dfrac{\sqrt[6]{a^3}\cdot\sqrt[6]{a^2}}{\sqrt[6]{a}} = \dfrac{\sqrt[6]{a^5}}{\sqrt[6]{a}} = \sqrt[6]{a^4}$

b) $\dfrac{\sqrt{a^2b}\cdot\sqrt[6]{ab}}{\sqrt[4]{a^3b^2}} = \dfrac{\sqrt[12]{a^{12}b^6}\cdot\sqrt[12]{a^2b^2}}{\sqrt[12]{a^9\cdot b^6}} = \dfrac{\sqrt[12]{a^{14}b^8}}{\sqrt[12]{a^9b^6}} = \sqrt[12]{a^5b^2}$

c) $\dfrac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[5]{a^2}} : \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{a^3}} = \dfrac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[5]{a^2}}\cdot\dfrac{\sqrt[4]{a^3}}{\sqrt{a}} = \dfrac{\sqrt[12]{a^4}\cdot\sqrt[12]{a^9}}{\sqrt[12]{a^6}} = \dfrac{\sqrt[12]{a^{13}}}{\sqrt[12]{a^6}} = \sqrt[12]{a^7}$

30.- Efectúa y saca fuera del signo radical los factores posibles

a) $\dfrac{\sqrt[4]{n}\cdot\sqrt[3]{n}}{\sqrt[6]{n}} = \dfrac{\sqrt[12]{n^3}\cdot\sqrt[12]{n^4}}{\sqrt[12]{n^2}} = \dfrac{\sqrt[12]{n^7}}{\sqrt[12]{n^2}} = \sqrt[12]{n^5}$

b) $\dfrac{\sqrt[4]{a^3b}\cdot\sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[6]{ab^2}} = \dfrac{\sqrt[12]{a^9b^3}\cdot\sqrt[12]{a^4b^8}}{\sqrt[12]{a^2b^4}} = \dfrac{\sqrt[12]{a^{13}b^{11}}}{\sqrt[12]{a^2b^4}} = \sqrt[12]{a^{11}b^7}$

31.- Efectúa y saca fuera del radical los factores que puedas:

a) $(\sqrt[3]{a^2})^5 = \sqrt[3]{a^{10}} = a^3\sqrt[3]{a}$

b) $\left(\sqrt[4]{ab^3}\right)^2 = \sqrt[4]{a^2b^6} = b\sqrt[4]{a^2b^2}$

c) $\left(\sqrt[5]{a^3}\right)^3 = \sqrt[5]{a^9} = a\sqrt[5]{a^4}$

d) $\left(\sqrt{3ab}\right)^3 = \sqrt{3^3a^3b^3} = 3ab\sqrt{3ab}$

e) $\left(\sqrt[3]{\dfrac{5}{2}a^2b}\right)^7 = \sqrt[3]{\dfrac{5^7}{2^7}a^{14}b^7} = \dfrac{5^2}{2^2}a^4b^2\sqrt[3]{\dfrac{5}{2}a^2b} =$

f) $\left(\sqrt[6]{\dfrac{8}{3}a^3b^2}\right)^5 = \left(\sqrt[6]{\dfrac{8}{3}a^3b^2}\right)^5 = \sqrt[6]{\dfrac{8^5}{3^5}a^{15}b^{10}} = a^2b\sqrt[6]{\dfrac{8^5}{3^5}a^3b^4}$

32.- Efectúa las siguientes raíces de radicales

a) $\sqrt{3\sqrt{2}} = \sqrt[2\cdot 2]{6} = \sqrt[4]{6}$

b) $\sqrt[3]{a\sqrt{b}} = \sqrt[6]{ab}$

c) $\sqrt{\sqrt{a}\cdot\left(\sqrt{b}\right)^5} = \sqrt{\sqrt{a}\cdot\sqrt{b^5}} = \sqrt{\sqrt{a\cdot b^5}} = \sqrt[4]{a\cdot b^5} = b\sqrt[4]{ab}$

d) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{a^4}} = \sqrt[15]{a^4}$

e) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{a}}\right)^4 = \left(\sqrt[6]{a}\right)^4 = \sqrt[6]{a^4} = \sqrt[3]{a^2}$

f) $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}} = \sqrt{3\sqrt{\sqrt{3^2\cdot 3}}} = \sqrt{3\sqrt[4]{3^3}} = \sqrt{\sqrt[4]{3^7}} = \sqrt[8]{3^7}$

g) $\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt[3]{b}}}\right)^5 = \left(\sqrt[12]{b}\right)^5 = \sqrt[12]{b^5}$

h) $\sqrt{a\sqrt[3]{a^2\sqrt[4]{a^3\sqrt{a^4}}}} = \sqrt[48]{50} = \sqrt[24]{25}$

33.- Efectúa las siguientes sumas de radicales sacando factores fuera del signo radical

a) $\sqrt{32} + \sqrt{50} - \sqrt{18} = \sqrt{2^5} + \sqrt{2 \cdot 5^2} - \sqrt{2 \cdot 3^2} = 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

b) $\sqrt{45} + \sqrt{20} = \sqrt{3^2 \cdot 5} + \sqrt{2^2 \cdot 5} = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

c) $\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{2} + \sqrt{2^3} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

d) $3\sqrt{2} - 3\sqrt{8} + 3\sqrt{18} = 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2^2 \cdot 2} + \sqrt{3^2 \cdot 2} = 3\sqrt{2} - 3 \cdot 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 0\sqrt{2} = 0$

e) $2\sqrt{2} - \sqrt{50} + 3\sqrt{2} = \sqrt{2} - \sqrt{5^2 \cdot 2} + 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 0\sqrt{2} = 0$

f) $\sqrt{32} + \sqrt{50} - \sqrt{8} = \sqrt{2^5} + \sqrt{2 \cdot 5^2} - \sqrt{2^3} = 2^2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

g) $2a\sqrt{3} - \sqrt{27a^2} + a\sqrt{12} = 2a\sqrt{3} - \sqrt{3^3a^2} + a\sqrt{2^2 \cdot 3} = 2a\sqrt{3} - 3a\sqrt{3} + 2a\sqrt{3} = a\sqrt{3}$

h) $\sqrt{12} - \sqrt{48} + \sqrt{27} + \sqrt{75} = \sqrt{2^2 \cdot 3} - \sqrt{2^4 \cdot 3} + \sqrt{3^3} + \sqrt{5^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3} - 2^2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

34.- Efectúa:

a) $\sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt{\sqrt{3^4}} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

b) $\sqrt{1\sqrt{6\sqrt{5\sqrt{16}}}} = \sqrt{1\sqrt{6\sqrt{5\sqrt{16}}}} = \sqrt{1\sqrt{2 \cdot 3\sqrt{5\sqrt{2^4}}}} = \sqrt{1\sqrt{2 \cdot 3\sqrt[4]{5^2 \cdot 2^4}}} = \sqrt{1\sqrt{2 \cdot 3\sqrt[4]{5^2 \cdot 2^4}}} = 1\sqrt{\sqrt[8]{2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 2^4}} = 1\sqrt[16]{2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2} = \sqrt[8]{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5}$

c) $\sqrt{25\sqrt{81\sqrt{256}}} = \sqrt{5^2\sqrt{3^4\sqrt{2^8}}} = \sqrt{5^2\sqrt[4]{3^8 \cdot 2^8}} = \sqrt[8]{5^8 \cdot 3^8 \cdot 2^8} = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$

d) $\sqrt{3a^2 + \sqrt{6a^4 - \sqrt{25a^8}}} = \sqrt{3a^2 + \sqrt{6a^4 - 5a^4}} = \sqrt{3a^2 + \sqrt{a^4}} = \sqrt{3a^2 + a^2} = \sqrt{4a^2} = 2a$

35.- Resuelve:

a) $27^{-\frac{2}{3}}$

Recuerda: toda expresión elevada a un exponente racional o fraccionario es equivalente a un radical de índice el denominador y radicando la expresión elevada al numerador

$$\boldsymbol{Ej.}: a^{\frac{n}{d}} = \sqrt[d]{a^n}$$

$$27^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{27^{-2}} = \sqrt[3]{(3^3)^{-2}} = \sqrt[3]{3^{-6}} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

b) $\left[(0{,}32\ )^{\frac{-3}{4}}\right]^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{32}{100}\right)^{-\frac{9}{8}}$

Para resolver este ejercicio debes recordar:

a) toda fracción con exponente negativo es igual a la fracción inversa con exponente positivo

$$\boldsymbol{Ej.}: \left(\frac{a}{b}\right)^3 : \left(\frac{a}{b}\right)^4 = \left(\frac{a}{b}\right)^{3-4} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$$

por otro lado

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3 : \left(\frac{a}{b}\right)^4 = \left(\frac{a \cdot a \cdot a}{b \cdot b \cdot b}\right) : \left(\frac{a \cdot a \cdot a \cdot a}{b \cdot b \cdot b \cdot b}\right) = \frac{(a \cdot a \cdot a)(b \cdot b \cdot b \cdot b)}{(b \cdot b \cdot b)(a \cdot a \cdot a \cdot a)} = \frac{b}{a}$$

como ambos resultados provienen de una misma expresión se deduce que:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$$

$$\left[(0{,}32\ )^{\frac{-3}{4}}\right]^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{32}{100}\right)^{-\frac{9}{8}} = \left(\frac{100}{32}\right)^{\frac{9}{8}} = \sqrt[8]{\left(\frac{100}{32}\right)^{9}} = \sqrt[8]{\left(\frac{5^2\cdot 2^2}{2^5}\right)^{9}} = \sqrt[8]{\left(\frac{5^2}{2^3}\right)^{9}} = \sqrt[8]{\frac{5^{18}}{2^{27}}} = \frac{5^2}{2^3}\sqrt[8]{\frac{5^2}{2^3}}$$

b) $\left(\frac{343}{64}\right)^{-\frac{4}{3}} = \left(\frac{7^3}{4^3}\right)^{-\frac{4}{3}} = \left(\left(\frac{7}{4}\right)^{3}\right)^{-\frac{4}{3}} = \left(\frac{7}{4}\right)^{-\frac{12}{3}} = \left(\frac{7}{4}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{\frac{7}{4}}\right)^{4} = \left(\frac{4}{7}\right)^{4}$

37.- Calcula:

$$\sqrt{4^{\frac{3}{4}}} = \sqrt{\sqrt[4]{4^3}} = \sqrt[8]{4^3} = \sqrt[8]{(2^2)^3} = \sqrt[8]{2^6} = \sqrt[4]{2^3}$$

38.- Calcula:

a) $16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^3} = \sqrt[4]{(2^4)^3} = \sqrt[4]{2^{12}} = 2^3$

b) $0{,}027^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{27}{1000}\right)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{1000}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{(5\cdot 2)^3}{3^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{5\cdot 2}{3}\right)^{3}} = \frac{5\cdot 2}{3}$

39.- Aplicando el cálculo de radicales simplifica las expresiones:

a) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a^m}} = \sqrt[m\cdot n]{a^m} = \sqrt[n]{a}$

b) $\sqrt[n]{\sqrt{a^{m\cdot n}}} = \sqrt[2n]{a^{m\cdot n}} = \sqrt{a^m}$

40.- Racionaliza:

Recuerda que racionalizar es convertir en racional una expresión fraccionaria cuyo denominador sea irracional.
Consiste en quitar los radicales del denominador de una fracción

a) $\frac{1}{\sqrt{a^3}} = \frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{a^3}\cdot\sqrt{a^3}} = \frac{\sqrt{a^3}}{\left(\sqrt{a^3}\right)^2} = \frac{\sqrt{a^3}}{a^3} = \frac{a\sqrt{a}}{a^3} = \frac{\sqrt{a}}{a^2}$

b) $\frac{bc}{\sqrt{abc^3}} = \frac{bc\sqrt{abc^3}}{\sqrt{abc^3}\cdot\sqrt{abc^3}} = \frac{b\cdot c\cdot c\sqrt{abc}}{(\sqrt{abc^3})(\sqrt{abc^3})} = \frac{b\cdot c\cdot c\sqrt{abc}}{\left(\sqrt{abc^3}\right)^2} = \frac{b\cdot c\cdot c\sqrt{abc}}{a\cdot b\cdot c^3} = \frac{\sqrt{abc}}{ac}$

c) $\frac{2x^2}{\sqrt{x^2y^2}} = \frac{2x^2}{xy} = \frac{2x}{y}$

d) $\frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt[3]{6}\cdot\sqrt{12}}{\sqrt{12}\cdot\sqrt{12}} = \frac{\sqrt[6]{6^2}\cdot\sqrt[6]{12^3}}{12} = \frac{\sqrt[6]{(3\cdot 2)^2\cdot(2^2\cdot 3)^3}}{2^2\cdot 3} = \frac{\sqrt[6]{3^5\cdot 2^8}}{2^2\cdot 3} = \frac{2\sqrt[6]{3^5\cdot 2^2}}{2^2\cdot 3} = \frac{\sqrt[6]{3^5\cdot 2^2}}{2\cdot 3}$

e) $\sqrt[3]{\frac{a^2b}{2ax^2}} = \sqrt[3]{\frac{ab}{2x^2}} = \frac{\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{2x^2}} = \frac{\sqrt[3]{ab}\cdot\sqrt[3]{2^2x}}{\sqrt[3]{2x^2}\cdot\sqrt[3]{2^2x}} = \frac{\sqrt[3]{2^2abx}}{\sqrt[3]{2^3x^3}} = \frac{\sqrt[3]{2^2abx}}{2x} =$

41.- Efectúa:

a) $\sqrt{24} - \sqrt{\frac{1}{6}} = \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 3} - \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{2 \cdot 3} - \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{2 \cdot 3} - \frac{\sqrt{1} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = 2\sqrt{2 \cdot 3} - \frac{\sqrt{1} \cdot \sqrt{6}}{\left(\sqrt{6}\right)^2} = 2\sqrt{2 \cdot 3} - \frac{\sqrt{1} \cdot \sqrt{6}}{6} = 2\sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}}{6} = \left(2 - \frac{1}{6}\right)\left(\sqrt{6}\right) = \frac{11}{6}\left(\sqrt{6}\right)$

b) $\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{27} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} + 3\sqrt{3} = \frac{1\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} + 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2} + 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} + 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3} + 9\sqrt{3}}{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$

c) $\sqrt{\frac{3}{10}} - \sqrt{\frac{5}{6}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}} - \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{10}}{\left(\sqrt{10}\right)^2} - \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{6}}{\left(\sqrt{6}\right)^2} = \frac{\sqrt{30}}{10} - \frac{\sqrt{30}}{6} = \frac{3\sqrt{30} - 5\sqrt{30}}{30} = -\frac{2}{30}\left(\sqrt{30}\right) =$

$$-\frac{1}{5}\left(\sqrt{30}\right)$$

d) $6\sqrt{\frac{2}{3}} - 3\sqrt{\frac{1}{54}} = 6\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) - 3\left(\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{54}}\right) = 6\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) - 3\left(\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3^3 \cdot 2}}\right) = 6\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) - 3\left(\frac{\sqrt{1}}{3\sqrt{3 \cdot 2}}\right) =$
$6\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) - \left(\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3 \cdot 2}}\right) = \frac{6\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}\right)} - \frac{\sqrt{1} \cdot \left(\sqrt{3 \cdot 2}\right)}{\left(\sqrt{3 \cdot 2}\right)\left(\sqrt{3 \cdot 2}\right)} = \frac{6\sqrt{6}}{\left(\sqrt{3}\right)^2} - \frac{\sqrt{6}}{\left(\sqrt{6}\right)^2} = \frac{6\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{6} = \frac{12\sqrt{6}}{6} - \frac{\sqrt{6}}{6} =$

$$\frac{11\sqrt{6}}{6}$$

e) $5\sqrt{\frac{1}{2}} + 3\sqrt{\frac{1}{8}} = 5\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + 3\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2^3}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} + \frac{3\sqrt{2^3}}{\left(\sqrt{2^3}\right)\left(\sqrt{2^3}\right)} = \frac{5\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2^2}\right)^2} + \frac{3\sqrt{2^3}}{\left(\sqrt{2^3}\right)^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2} + \frac{3 \cdot 2\sqrt{2}}{8} =$
$\frac{5\sqrt{2}}{2} + \frac{6\sqrt{2}}{8} = \frac{5\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{10\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{4} = \frac{13\sqrt{2}}{4}$

f) $4\sqrt{\frac{2}{9}} - \sqrt{\frac{3}{4}} = 4\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{9}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = 4\frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}{6}$

g) $4\sqrt{\frac{5}{2}} - \frac{1}{8}\sqrt{40} + \sqrt{\frac{125}{2}} = 4\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{8}\sqrt{40} + \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{2}} = 4\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{8}\sqrt{2^3 \cdot 5} + \frac{\sqrt{5^3}}{\sqrt{2}} =$

$$4\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} - \frac{1}{8}\sqrt{2^3 \cdot 5} + \frac{\sqrt{5^3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = 4\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2} - \frac{1}{8} \cdot 2\sqrt{2 \cdot 5} + \frac{5\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2}$$

$$4\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{2} - \frac{1}{8} \cdot 2\sqrt{2 \cdot 5} + \frac{5\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{2} = 4\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{2} - \frac{2}{8}\sqrt{2 \cdot 5} + \frac{5\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{2} =$$

$$4\frac{\sqrt{10}}{2} - \frac{1}{4}\sqrt{10} + \frac{5\sqrt{10}}{2} = \frac{8\sqrt{10} - \sqrt{10} + 10\sqrt{10}}{4} = \frac{17\sqrt{10}}{4}$$

h) $\sqrt{108} - 2\sqrt{48} + 6\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{108} - 2\sqrt{48} + 6\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \sqrt{108} - 2\sqrt{48} + 6\frac{\sqrt{1} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} =$

$$\sqrt{108} - 2\sqrt{48} + 6\frac{\sqrt{1} \cdot \sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{108} - 2\sqrt{48} + 6\frac{\sqrt{1} \cdot \sqrt{3}}{3} =$$

$$\sqrt{108} - 2\sqrt{48} + 2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3^3} - 2\sqrt{2^4 \cdot 3} + 2\sqrt{3} =$$

$$2 \cdot 3\sqrt{3} - 2 \cdot 2^2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 0\sqrt{3} = 0$$

EJERCICIOS DE REFUERZO SOBRE RADICALES

1.- Clasifica las siguientes expresiones

$\sqrt{2} = \mathbf{I}$ $\quad \sqrt{49} = \mathbf{R}$ $\quad \sqrt[3]{5} = \mathbf{I}$ $\quad \sqrt[3]{27} = \mathbf{R}$ $\quad \sqrt[3]{-27} = \mathbf{R}$

$\sqrt[5]{-32} = \mathbf{R}$ $\quad \sqrt[4]{-16} = \mathbf{IM}$ $\quad \sqrt{0'25} = \mathbf{R}$ $\quad \sqrt{-4} = \mathbf{IM}$ $\quad \sqrt{\frac{16}{25}} = \mathbf{R}$

2.- ¿Son equivalentes las expresiones $\left(\sqrt{-3}\right)^2$ y $\sqrt{(-3)^2}$? Razona la respuesta

No, la primera no tiene solución real ya que equivale a $\sqrt{-3^2}$; la segunda tiene solución real ya que equivale a $\sqrt{9} = \pm 3$

3.- Halla la raíz cuadrada de:

$\sqrt{196} =$ **14 Resto = 0** $\quad \sqrt{19683} =$ **140 Resto = 83** $\quad \sqrt{378924} =$ **615 Resto = 699**

4.- Calcula la raíz cúbica de 0´000000216

$$\sqrt[3]{\mathbf{0'000000216}} = \sqrt[3]{\frac{\mathbf{216}}{\mathbf{1000000000}}} = \sqrt[3]{\frac{\mathbf{3^3 \bullet 2^3}}{\mathbf{10^9}}} = \frac{\mathbf{3 \bullet 2}}{\mathbf{10^3}} = \mathbf{0'006}$$

5.- Simplifica los radicales siguientes:

$\sqrt[10]{32} = \sqrt[10]{\mathbf{32}} = \sqrt[10]{\mathbf{2^5}} = \sqrt{\mathbf{2}}$

$\sqrt[4]{576} = \sqrt[4]{\mathbf{2^6 \bullet 3^2}} = \sqrt{\mathbf{2^3 \bullet 3}}$

$\sqrt[6]{a^4} = \sqrt[3]{\mathbf{a}}$

$\sqrt[4]{3^6} = \sqrt{\mathbf{3^3}}$

$\sqrt[30]{-a^{15}} = \sqrt[15]{\mathbf{-a}}$

$\sqrt[6]{a^3} = \sqrt[3]{\mathbf{a}}$

$\sqrt[15]{a^{10}} = \sqrt[3]{\mathbf{a^2}}$

$\sqrt[6]{a^2b^4} = \sqrt[3]{\mathbf{ab^2}} =$

$\sqrt[6]{1000a^3} = \sqrt[6]{\mathbf{10^3 a^3}} = \sqrt{\mathbf{10a}}$

6.- Transforma los siguientes radicales en otros que sean equivalentes

$\sqrt[6]{a^4} = \sqrt[3]{\mathbf{a^2}}$ $\quad \sqrt[10]{a^6} = \sqrt[5]{\mathbf{a^4}}$ $\quad \sqrt[4]{3^6} = \sqrt{\mathbf{a^3}}$

$\sqrt[15]{a^{10}} = \sqrt[3]{\mathbf{a^2}}$ $\quad \sqrt[6]{a^3} = \sqrt[3]{\mathbf{a}}$ $\quad \sqrt[5]{a^4} = \sqrt[10]{\mathbf{a^8}}$

$\sqrt[4]{b} = \sqrt[8]{\mathbf{b^2}}$ $\quad \sqrt[10]{32a^5} = \sqrt[10]{\mathbf{2^5 a^5}} = \sqrt{\mathbf{2a}}$ $\quad \sqrt[4]{25x^2} = \sqrt{\mathbf{5x}}$

$\sqrt[6]{8x^3y^3} = \sqrt{\mathbf{2xy}}$ $\quad \sqrt[9]{64x^3y^6} = \sqrt[3]{\mathbf{2^2 xy^2}}$ $\quad \sqrt[15]{-a^5} = \sqrt[3]{\mathbf{-a}}$

$\sqrt[12]{\frac{16a^8}{81b^4}} = \sqrt[3]{\frac{\mathbf{2a}}{\mathbf{3b}}}$ $\quad \sqrt{\frac{27m^3n^6}{125a^6b^3}} = \sqrt[6]{\frac{\mathbf{3^9 m^9 n^{18}}}{\mathbf{5^9 a^{18} b^{27}}}}$

7.- Saca fuera del signo radical todos los factores que puedas:

$\sqrt{2x^2y} = \mathbf{x\sqrt{2y}}$ $\quad \sqrt[4]{a^7} = \mathbf{a\sqrt[4]{a^3}}$ $\quad \sqrt[4]{a^8} = \mathbf{a^2}$ $\quad \sqrt[3]{a^{25}} = \mathbf{a^8\sqrt[3]{a}}$

$\sqrt[3]{16x^5} = \mathbf{2x\sqrt[3]{2x^2}}$ $\quad \sqrt[4]{64x^5y^6} = \mathbf{2xy\sqrt[4]{2^2xy^2}}$ $\quad \sqrt{\frac{27}{16}} = \frac{\mathbf{3\sqrt{3}}}{\mathbf{2^2}}$ $\quad \sqrt[5]{\frac{64a^6b^7c^8}{729x^3y^6z^9}} = \frac{\mathbf{2abc\sqrt[5]{2ab^2c^3}}}{\mathbf{3yz\sqrt[5]{3x^3yz^4}}}$

8.- Introduce los coeficientes dentro del signo radical

$4^2x^3yz\sqrt[3]{x^2} = \sqrt[3]{\mathbf{4^6x^{11}y^3z^3}}$ $\quad \frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{3}{2}} = \sqrt[3]{\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2^4}}}$ $\quad \frac{2}{3}\sqrt[4]{\frac{2}{5}} = \sqrt[4]{\frac{\mathbf{2^5}}{\mathbf{3^4 \bullet 5}}}$

9.- Halla la raíz cúbica de las siguientes potencias

$a^6 = \sqrt[3]{\mathbf{a^6}} = \mathbf{a^2}$ $\qquad$ $x^6 \cdot y^3 \cdot z^9 = \sqrt[3]{\mathbf{x^6y^3z^9}} = \mathbf{x^2yz^3}$

10.- Extrae factores fuera del signo radical

$\sqrt{180} = \sqrt{\mathbf{3^2 \bullet 2^2 \bullet 5}} = \mathbf{2 \bullet 3\sqrt{5}}$

$\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{\mathbf{3^3 \bullet 2}} = \mathbf{3\sqrt[3]{2}}$

$\sqrt[3]{27a^5b^3c^6} = \sqrt[3]{\mathbf{3^3 a^5 b^3 c^6}} = \mathbf{3abc^2\sqrt[3]{a^2}}$

11.- Efectúa los siguientes productos de radicales:

$\sqrt[3]{5} \bullet \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{\mathbf{5 \bullet 7}}$

$\sqrt[5]{a} \bullet \sqrt[5]{a^2} = \sqrt[5]{\mathbf{a^3}}$

$\sqrt[4]{a^3} \bullet \sqrt[4]{a^2} = \sqrt[4]{\mathbf{a^5}} = \mathbf{a\sqrt[4]{a}}$

$\sqrt[5]{15a^2} \bullet \sqrt[5]{3a^3} = \sqrt[5]{\mathbf{3^2 \bullet 5a^5}} = \mathbf{a\sqrt[5]{3^2 \bullet 5}}$

$3\sqrt{15} \bullet 2\sqrt{5} = \mathbf{6\sqrt{5^2 \bullet 3}} = \mathbf{30\sqrt{3}}$

$2\sqrt{12} \bullet 3\sqrt{6} = \mathbf{6\sqrt{2^3 \bullet 3^2}} = \mathbf{36\sqrt{2}}$

$2\sqrt[3]{9} \bullet 2\sqrt[3]{15} = \mathbf{4\sqrt[3]{3^3 \bullet 5}} = \mathbf{4 \bullet 3\sqrt[3]{5}}$

$\sqrt[7]{a^2b} \bullet \sqrt[7]{ab^3} = \sqrt[7]{\mathbf{a^3b^4}}$

$\sqrt[10]{5a^2b} \bullet \sqrt[10]{a^7} = \sqrt[10]{\mathbf{5a^9b}}$

$3\sqrt{5} \bullet 6\sqrt{8} = \mathbf{3 \bullet 6\sqrt{5 \bullet 2^3}} = \mathbf{36\sqrt{5 \bullet 2}}$

$\sqrt[3]{8} \bullet \sqrt[3]{27} \bullet \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{\mathbf{2^3 \bullet 3^3 \bullet 2^6}} = \mathbf{2^3 \bullet 3} = \mathbf{24}$

12.- Realiza las siguientes divisiones con radicales

$\sqrt{5} : \sqrt{3} = \sqrt{\mathbf{\frac{5}{3}}}$

$\sqrt[3]{8} : \sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{\mathbf{\frac{2^3}{2^2 \bullet 3}}} = \sqrt[3]{\mathbf{\frac{2}{3}}}$

$\sqrt[3]{a^2b} : \sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{\mathbf{ab}}$

$\sqrt[5]{24x^4} : \sqrt[5]{18x^3} = \sqrt[5]{\mathbf{\frac{2^3 \bullet 3x^4}{2 \bullet 3^2 x^3}}} = \sqrt[5]{\mathbf{\frac{2^2 x}{3}}}$

$\sqrt[4]{ab^3} : \sqrt[4]{a^3b^2} = \sqrt[4]{\mathbf{\frac{b}{a^2}}}$

$\sqrt{a^3} : \sqrt{ab^2} = \sqrt{\mathbf{\frac{a^2}{b^2}}} = \mathbf{\frac{a}{b}}$

$\sqrt{4} : \sqrt{9} = \sqrt{\mathbf{\frac{4}{9}}} = \mathbf{\frac{2}{3}}$

$\sqrt{27} : \sqrt{12} = \sqrt{\mathbf{\frac{3^3}{3 \bullet 2^2}}} = \mathbf{\frac{3}{2}}$

13.- Efectúa las siguientes potencias de radicales

$\left(\sqrt[3]{ab^2}\right)^4 = \sqrt[3]{\mathbf{a^4b^8}} = \mathbf{ab^2\sqrt[3]{ab^2}}$

$\left(3\sqrt{x}\right)^3 = \mathbf{3\sqrt{x^3}} = \mathbf{3x\sqrt{x}}$

$3\sqrt[4]{\left(a^3b^6\right)^2} = \mathbf{3\sqrt[4]{a^6b^{12}}} = \mathbf{3ab^3\sqrt[4]{a^2}}$

$\left(\sqrt{3ax}\right)^4 = \sqrt{\mathbf{3^4a^4x^4}} = \mathbf{3^2a^2x^2}$

14.- Realiza las siguientes raíces de radicales:

$\sqrt{\sqrt[3]{24x}} = \sqrt[6]{\mathbf{2^3 \bullet 3x}}$

$\left(\sqrt[3]{\sqrt{a}}\right)^4 = \sqrt[6]{\mathbf{a^4}} = \sqrt[3]{\mathbf{a^2}}$

$\sqrt[4]{\sqrt{\frac{2}{3}ax}} = \sqrt[8]{\mathbf{\frac{2}{3}ax}}$

$\sqrt{\sqrt{\frac{3}{2}a^2b^3}} = \sqrt[4]{\mathbf{\frac{3}{2}a^2b^3}} =$

15.- Efectúa las siguientes sumas de radicales

$3\sqrt[4]{7} + 5\sqrt[4]{7} = \mathbf{8\sqrt[4]{7}}$

$4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = \mathbf{12\sqrt{2}}$

$3\sqrt[3]{7} + 2\sqrt[3]{7} + 6\sqrt[3]{7} = \mathbf{11\sqrt[3]{7}}$

$6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = \mathbf{7\sqrt{3}}$

$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = \mathbf{0\sqrt{2}} = \mathbf{0}$

16.- Resuelve:

$\sqrt{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[6]{\mathbf{2^6}} = \mathbf{2}$

$\left(\sqrt{a\sqrt{b\sqrt{c\sqrt{d}}}}\right)^{32} = \left(\sqrt[16]{\mathbf{a^8b^4c^2d}}\right)^{\mathbf{32}} = \sqrt[16]{\mathbf{a^{256}b^{128}c^{64}d^{32}}} = \mathbf{a^{16}b^8c^4d^2}$

17.- Racionaliza:

$$\frac{5}{2\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\bullet\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{2\bullet 3}$$

$$\frac{3}{5\sqrt{18}}=\frac{3\sqrt{18}}{5\sqrt{18}\bullet\sqrt{18}}=\frac{3\sqrt{18}}{5\bullet 18}=\frac{\sqrt{18}}{5\bullet 2\bullet 3}$$

$$\frac{5}{2\sqrt{a}}=\frac{5\sqrt{a}}{2\sqrt{a}\bullet\sqrt{a}}=\frac{5\sqrt{a}}{2a}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt[3]{6}}=$$

$$\frac{\sqrt{5}\bullet\sqrt[3]{6^2}}{2\sqrt[3]{6}\bullet\sqrt[3]{6^2}}=\frac{\sqrt[6]{5^3\bullet 2^4\bullet 3^4}}{2\bullet 6}=\frac{\sqrt[6]{5^3\bullet 2^4\bullet 3^4}}{2^2\bullet 3}$$

$$\frac{3}{\sqrt[4]{x^2y}}=\frac{3\sqrt[4]{x^2y^3}}{\sqrt[4]{x^2y}\bullet\sqrt[4]{x^2y^3}}=\frac{3\sqrt[4]{x^2y^3}}{xy}$$

$$\frac{3x-2y}{\sqrt[3]{3x^2y^4}}=\frac{(3x-2y)\sqrt[3]{3^2xy^2}}{\sqrt[3]{3x^2y^4}\bullet\sqrt[3]{3^2xy^2}}=\frac{(3x-2y)\sqrt[3]{3^2xy^2}}{3xy^2}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a^2b^2}}=\frac{\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a^2b^2}\bullet\sqrt[3]{ab}}=\frac{\sqrt[3]{ab}}{ab}$$

$$\frac{6}{3\sqrt{5xy}}=\frac{2\sqrt{5xy}}{\sqrt{5xy}\bullet\sqrt{5xy}}=\frac{2\sqrt{5xy}}{5xy}$$

$$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{3^3}}{\sqrt{2^3}}=\frac{\sqrt{3^3}\bullet\sqrt{2}}{\sqrt{2^3}\bullet\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{3\bullet 2}}{\sqrt{2^4}}=\frac{3\sqrt{3\bullet 2}}{2^2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}=\frac{\sqrt{2}\bullet\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3}\bullet\sqrt[3]{3^2}}=\frac{\sqrt[6]{2^3\bullet 3^4}}{3}$$

$$\frac{6x}{\sqrt[5]{ab^2x^2}}=\frac{6x\sqrt[5]{a^4b^3x^3}}{\sqrt[5]{ab^2x^2}\bullet\sqrt[5]{a^4b^3x^3}}=\frac{6x\sqrt[5]{a^4b^3x^3}}{abx}$$

$$=\frac{6\sqrt[5]{a^4b^3x^3}}{ab}$$

18.- Racionaliza:

$$\frac{4}{3+\sqrt{2}}=\frac{4\left(3-\sqrt{2}\right)}{\left(3+\sqrt{2}\right)\left(3-\sqrt{2}\right)}=\frac{4\left(3-\sqrt{2}\right)}{3^2-2}=\frac{4\left(3-\sqrt{2}\right)}{7}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$\frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{c\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}=\frac{c\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{a-b}$$

$$\frac{8}{3-\sqrt{5}}=\frac{8\left(3+\sqrt{5}\right)}{\left(3-\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{5}\right)}=\frac{8\left(3+\sqrt{5}\right)}{3^2-5}=\frac{8\left(3+\sqrt{5}\right)}{4}=2\left(3+\sqrt{5}\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}+1}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}=\frac{\sqrt{2}+1}{2-1}=\sqrt{2}+1$$

$$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}=\frac{\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)}=\frac{2-2\sqrt{10}+5}{2-5}=\frac{7-2\sqrt{10}}{-3}$$

$$\frac{5\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{\left(5\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(2\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)}{\left(2\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(2\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)}=\frac{20-7\sqrt{6}+3}{8-3}=\frac{23-7\sqrt{6}}{5}$$

$$\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}=\frac{\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}=\frac{7-2\sqrt{21}+3}{7-3}=\frac{10-2\sqrt{21}}{4}=\frac{2\left(5-\sqrt{21}\right)}{4}=\frac{5-\sqrt{21}}{2}$$

EJERCICIOS DE AMPLIACIÓN SOBRE RADICALES

1./ $\sqrt{108}-2\sqrt{48}+6\sqrt{\frac{1}{3}}=\sqrt{3^3+2^2}-2\sqrt{2^4\bullet 3}+\frac{6\sqrt{1}}{\sqrt{3}}=3\bullet 2\sqrt{3}-2\bullet 2^2\sqrt{3}+\frac{6\sqrt{3}}{3}=6\sqrt{3}-8\sqrt{3}+2\sqrt{3}=0$

2./ a) $4\sqrt{\frac{2}{9}}-\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{4\sqrt{2}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{8\sqrt{2}-3\sqrt{3}}{6}$

b) $4\sqrt{\frac{2}{9}}-\sqrt{\frac{2}{4}}=\frac{4\sqrt{2}}{3}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{8\sqrt{2}-3\sqrt{2}}{6}=\frac{5\sqrt{2}}{6}$

3./ $\sqrt{\frac{2}{9}}-\sqrt{\frac{1}{8}}=\frac{\sqrt{2}}{3}-\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2^3}}=\frac{\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{3}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{4\sqrt{2}-3\sqrt{2}}{12}=\frac{\sqrt{2}}{12}$

4./ $\sqrt{\frac{42}{25}}-\sqrt{\frac{21}{8}}=\frac{\sqrt{42}}{5}-\frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{42}}{5}-\frac{\sqrt{21}\bullet\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{42}}{5}-\frac{\sqrt{42}}{4}=\frac{4\sqrt{42}-5\sqrt{42}}{20}=\frac{-\sqrt{42}}{20}$

5./ $6\sqrt{\frac{2}{3}}-3\sqrt{\frac{1}{54}}=\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\frac{3\sqrt{1}}{\sqrt{54}}=\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\frac{3}{\sqrt{3^3\bullet 2}}=\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\frac{3}{3\sqrt{3\bullet 2}}=\frac{6\sqrt{2}\bullet\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{3\bullet 2}}{6}=\frac{12\sqrt{6}-\sqrt{6}}{6}=\frac{11\sqrt{6}}{6}$

6./ $\sqrt{\frac{3}{10}}-\sqrt{\frac{5}{6}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2\bullet 5}}-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2\bullet 3}}=\frac{\sqrt{3\bullet 2\bullet 5}}{10}-\frac{\sqrt{5\bullet 2\bullet 3}}{6}=\frac{3\sqrt{30}-5\sqrt{30}}{30}=\frac{-2\sqrt{30}}{30}=-\frac{\sqrt{30}}{15}$

7./ $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}=\frac{2-2\sqrt{2\bullet 3}+3}{2-3}=\frac{5-2\sqrt{6}}{-1}$

8./ $\frac{5-\sqrt{6}}{3-\sqrt{6}}=\frac{(5-\sqrt{6})(3+\sqrt{6})}{(3-\sqrt{6})(3+\sqrt{6})}=\frac{15+2\sqrt{6}-6}{9-6}=\frac{9+2\sqrt{6}}{3}$

9./ $\frac{7}{\sqrt{3}+2\sqrt{5}}=\frac{7(\sqrt{3}-2\sqrt{5})}{(\sqrt{3}+2\sqrt{5})(\sqrt{3}-2\sqrt{5})}=\frac{7(\sqrt{3}-2\sqrt{5})}{3-20}=-\frac{7(\sqrt{3}-2\sqrt{5})}{17}$

10./ $\sqrt{9ax^2-18ax+9a}=\sqrt{9a(x^2-2x+1)}=\sqrt{3^2a(x-1)^2}=3(x-1)\sqrt{a}$

11./ $\sqrt{3a^2c+6abc+3b^2c}=\sqrt{3c(a^2+2ab+b^2)}=\sqrt{3c(a+b)^2}=(a+b)\sqrt{3c}$

12./ $\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}}\bullet\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}=$

(**multiplicando los radicandos:** $(a+b+2\sqrt{ab})(a+b-2\sqrt{ab})$ **resulta:** $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$)

$\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}}\bullet\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}=\sqrt{(a-b)^2}=a-b$

13./ $\dfrac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x^3}} : x = \dfrac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x^3} \bullet x} = \sqrt[12]{\dfrac{x^4}{x^9 \bullet\ x^{12}}} = \sqrt[12]{\dfrac{x^4}{x^{21}}} = \sqrt[12]{\dfrac{1}{x^{17}}} = \dfrac{1}{x}\sqrt[12]{\dfrac{1}{x^5}}$

14./ $\dfrac{2}{2+\sqrt{2}} - \dfrac{3}{3-\sqrt{3}} + \dfrac{10}{2\sqrt{3}+\sqrt{3}} =$

$$\frac{2}{2+\sqrt{2}} - \frac{3}{3-\sqrt{3}} + \frac{10}{3\sqrt{3}} = \frac{2(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} - \frac{3(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})} + \frac{10\sqrt{3}}{9} = \frac{2(2-\sqrt{2})}{2} - \frac{3(3+\sqrt{3})}{6} + \frac{10\sqrt{3}}{9} =$$

$$\frac{18(2-\sqrt{2}) - 9(3+\sqrt{3}) + 20\sqrt{3}}{18} = \frac{36 - 18\sqrt{2} - 27 - 9\sqrt{3} + 20\sqrt{3}}{18} = \frac{9 - 18\sqrt{2} + 11\sqrt{3}}{18}$$

15./ $\dfrac{\sqrt{a\sqrt[3]{a^2\sqrt[3]{a^3}}}}{\sqrt{a}} = \dfrac{\sqrt[18]{a^{18}}}{\sqrt{a}} = \dfrac{a}{\sqrt{a}} = \dfrac{a\sqrt{a}}{a} = \sqrt{a}$

16./ $\dfrac{\sqrt[4]{27\sqrt{18}}}{\sqrt[3]{12\sqrt[3]{36\sqrt{24}}}} = \dfrac{\sqrt[4]{3^3\sqrt{2 \bullet 3^2}}}{\sqrt[3]{2^2 \bullet 3\sqrt[3]{2^2 \bullet 3^2\sqrt{2^3 \bullet 3}}}} = \dfrac{\sqrt[8]{3^8 \bullet 2}}{\sqrt[18]{2^{19} \bullet 3^{11}}} = \sqrt[72]{\dfrac{3^{72} \bullet 2^9}{2^{76} \bullet 3^{44}}} = \sqrt[72]{\dfrac{3^{28}}{2^{67}}}$

17./ $\sqrt{2} \bullet \sqrt[3]{2} \bullet 2\sqrt[4]{3} \bullet \sqrt[6]{2} = \sqrt[12]{2^6 \bullet 2^4 \bullet 2^{12} \bullet 3^3 \bullet 2^2} = \sqrt[12]{2^{24} \bullet 3^3} = \sqrt[4]{2^8 \bullet 3} = 2^2\sqrt[4]{3}$

18./ $\sqrt{\sqrt{16+b}+\sqrt{b}} \bullet \sqrt{\sqrt{16+b}-\sqrt{b}} = \sqrt{16} = 4$

19./ $\sqrt{0'18} - 2\sqrt{0'50} + 3\sqrt{2} =$

$$\sqrt{\frac{18}{100}} - 2\sqrt{\frac{50}{100}} + 3\sqrt{2} = \sqrt{\frac{9}{50}} - 2\sqrt{\frac{1}{2}} + 3\sqrt{2} = \frac{3}{5\sqrt{2}} - 2\frac{1}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{10} - \frac{2\sqrt{2}}{2} + 3\sqrt{2} =$$

$$\frac{9\sqrt{2} - 30\sqrt{2} + 90\sqrt{2}}{30} = \frac{69}{30}\sqrt{2} = \frac{23}{10}\sqrt{2}$$

20./ $\left[(0'027)^{-2/4}\right]^{4/6} = \left[\dfrac{27}{1000}\right]^{-8/24} = \left[\dfrac{3^3}{2^3 \bullet 5^3}\right]^{-8/24} = \left[\dfrac{2^3 \bullet 5^3}{3^3}\right]^{8/24} = \sqrt[24]{\left(\dfrac{2^3 \bullet 5^3}{3^3}\right)^8} = \dfrac{2 \bullet 5}{3}$

21./ $\dfrac{m\sqrt{n} + n\sqrt{m}}{\sqrt{m} + \sqrt{n}} =$

$$\frac{(m\sqrt{n} + n\sqrt{m})(\sqrt{m} - \sqrt{n})}{(\sqrt{m} + \sqrt{n})(\sqrt{m} - \sqrt{n})} = \frac{m\sqrt{nm} - m\sqrt{n^2} + n\sqrt{m^2} - n\sqrt{mn}}{m-n} = \frac{m\sqrt{nm} - mn + nm - n\sqrt{mn}}{m-n} =$$

$$\frac{(m-n)\sqrt{mn}}{m-n} = \sqrt{mn}$$

22./ $2\sqrt{8b^3} - 18\sqrt{b^3} + 4\sqrt{128b^2} =$

$$2\sqrt{2^3b^3} - 18\sqrt{b^3} + 4\sqrt{2^7b^2} = 2 \bullet 2b\sqrt{2b} - 18b\sqrt{b} + 4 \bullet 2^3b\sqrt{2} = 4b\sqrt{2b} - 18b\sqrt{b} + 32b\sqrt{2} =$$

$$2b(2\sqrt{2b} - 9\sqrt{b} + 16\sqrt{2})$$

23./ $\sqrt{(1+x)\sqrt{x}}=\sqrt[4]{(1+x)^2x}$

24./ $3\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3}}=\sqrt[9]{3^{13}\bullet 3^4}=\sqrt[9]{3^{17}}=3\sqrt[9]{3^8}$

25./ $\dfrac{\sqrt[4]{2-1}}{\sqrt[4]{2+1}}=\dfrac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{3}}=\dfrac{1\sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[4]{3}\bullet\sqrt[4]{3^3}}=\dfrac{\sqrt[4]{3^3}}{3}$

26./ $\sqrt{\dfrac{x}{y^2}+\dfrac{1}{y}}+\sqrt{\dfrac{x+y}{y^2}}=\sqrt{\dfrac{x+y}{y^2}}+\sqrt{\dfrac{x+y}{y^2}}=\dfrac{\sqrt{x+y}}{y}+\dfrac{\sqrt{x+y}}{y}=2\dfrac{\sqrt{x+y}}{y}$

27./ $\dfrac{a+1}{a-1}\sqrt{\dfrac{a^2-2a+1}{a^2+2a+1}}=\dfrac{a+1}{a-1}\bullet\dfrac{\sqrt{(a-1)^2}}{\sqrt{(a+1)^2}}=\dfrac{(a+1)(a-1)}{(a-1)(a+1)}=1$

28./ $(2a-1)\sqrt{\dfrac{1}{4a^2-4a+1}}=(2a-1)\sqrt{\dfrac{1}{(2a-1)^2}}=(2a-1)\bullet\dfrac{1}{(2a-1)}=1$

29./ $2\sqrt{\dfrac{2}{3}}-\dfrac{1}{5}\sqrt{\dfrac{3}{8}}-5\sqrt{\dfrac{1}{24}}=$

$$2\sqrt{\frac{2}{3}}-\frac{1}{5}\sqrt{\frac{3}{2^3}}-5\sqrt{\frac{1}{2^3\bullet 3}}=\frac{2\sqrt{2}\bullet\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{3}\bullet\sqrt{2}}{5\bullet 2^2}-\frac{5\sqrt{2\bullet 3}}{2^2\bullet 3}=\frac{40\sqrt{6}-3\sqrt{6}-25\sqrt{6}}{60}=\frac{12\sqrt{6}}{60}=\frac{\sqrt{6}}{5}$$

30./ $3\sqrt{\dfrac{18}{3}}-\dfrac{2}{5}\sqrt{600}+\dfrac{1}{6}\sqrt{\dfrac{162}{27}}=$

$$3\sqrt{2\bullet 3}-\frac{2}{5}\sqrt{2^3\bullet 3\bullet 5^2}+\frac{1}{6}\sqrt{2\bullet 3}=3\sqrt{6}-\frac{2\bullet 2\bullet 5}{5}\sqrt{6}+\frac{1}{6}\sqrt{6}=3\sqrt{6}-4\sqrt{6}+\frac{1}{6}\sqrt{6}=\frac{(18-24+1)\sqrt{6}}{6}=$$

$$-\frac{5}{6}\sqrt{6}$$